USO DELLA CARTA DI SMITH

L' impedenza in un punto qualsiasi della linea è $\mathbf{Z} = R + jX$.
Dividendo **Z**, R e X per l'impedenza caratteristica Z_o della linea, si ottiene
l' impedenza normalizzata $\mathbf{z} = \mathbf{Z}/Z_o = r + jx$:
($r = R/Z_o$ e $x = X/Z_o$ sono, rispettivamente, la resistenza e la reattanza normalizzate)

$$Z/Z_o = R/Z_o + j\,X/Z_o\,,$$

dove $r = R/Z_o$ e $x = X/Z_o$ sono, rispettivamente, la resistenza normalizzata e la reattanza normalizzata.
Il coefficiente di riflessione $\boldsymbol{\rho}$ è definito dal rapporto tra la tensione riflessa $\mathbf{V_r}$ (vettore rotante relativo all' onda di tensione regressiva) e la tensione diretta $\mathbf{V_d}$ (vettore rotante relativo all' onda di tensione progressiva) in un punto qualsiasi della linea: $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{V_r}/\mathbf{V_d}$.
In particolare, essendo $\mathbf{V_d} = (\mathbf{V_c} + Z_o\mathbf{I_c})/2$ e $\mathbf{V_r} = (\mathbf{V_c} - Z_o\mathbf{I_c})/2$, dove $\mathbf{V_c} = \mathbf{Z_c}\,\mathbf{I_c}$ e $\mathbf{I_c}$ sono rispettivamente i vettori rotanti della tensione e della corrente relativi al carico $\mathbf{Z_c}$, si ha:
$\boldsymbol{\rho_c}$ (coefficiente di riflessione all'uscita della linea) =
$= (\mathbf{V_c} - Z_o\mathbf{I_c})/(\mathbf{V_c} + Z_o\mathbf{I_c}) = (\mathbf{Z_c}\,\mathbf{I_c} - Z_o\mathbf{I_c})/(\mathbf{Z_c}\,\mathbf{I_c} + Z_o\mathbf{I_c}) =$
$= (\mathbf{Z_c} - Z_o)/(\mathbf{Z_c} + Z_o)$.
Il coefficiente di riflessione ρ è un numero complesso che si può rappresentare sia in forma cartesiana $\boldsymbol{\rho} = m + jn$, sia in forma polare
$\boldsymbol{\rho} = |\boldsymbol{\rho}|\,e^{j\varphi}$, dove $|\boldsymbol{\rho}| = \sqrt{(m^2 + n^2)}$ è il modulo e $\varphi = \mathrm{arctg}\,(m/n)$ è l'argomento (sfasamento della tensione riflessa $\mathbf{V_r}$ rispetto a quella diretta $\mathbf{V_d}$, positivo se $\mathbf{V_r}$ è in anticipo rispetto a $\mathbf{V_d}$, negativo se $\mathbf{V_r}$ è in ritardo
rispetto a $\mathbf{V_d}$.

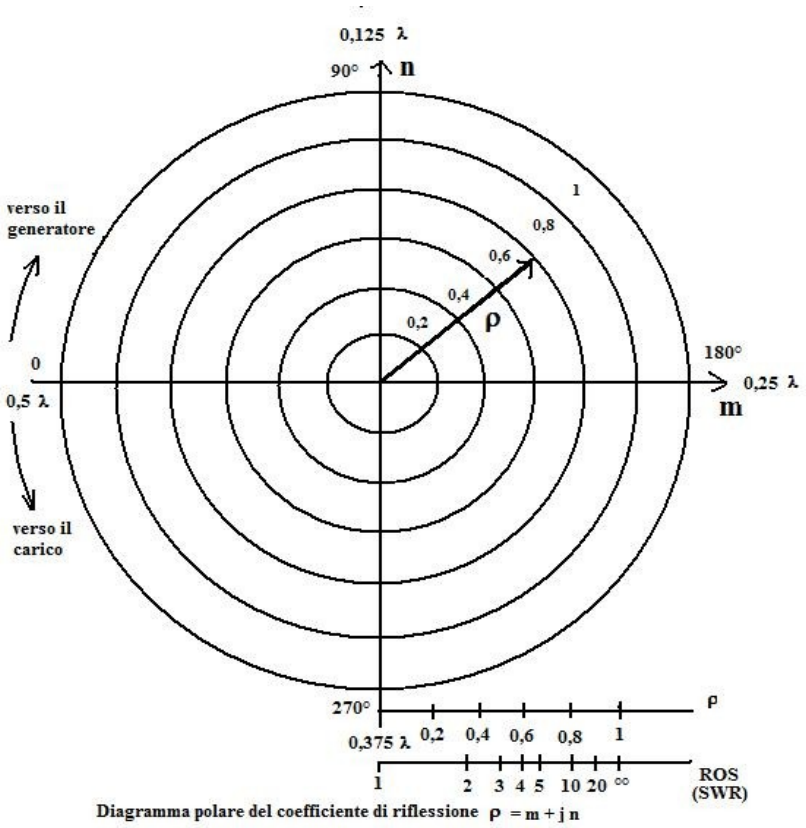


Diagramma polare del coefficiente di riflessione ρ = m + j n

Esprimendo **ρ** in funzione dell' impedenza normalizzata **z** = r + jx , si ottiene l'espressione del coefficiente di riflessione in un punto qualsiasi della linea, in cui l'impedenza è **Z**:

$\boldsymbol{\rho} = (\mathbf{Z} - Z_o)/(\mathbf{Z} + Z_o) = (\mathbf{Z}/Z_o - 1)/(\mathbf{Z}/Z_o + 1) = (\mathbf{z} - 1)/(\mathbf{z} + 1)$.

L' espressione dell' impedenza normalizzata **z** in funzione di **ρ** è:

$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z} + 1) = \mathbf{z} - 1$; $\boldsymbol{\rho}\mathbf{z} + \boldsymbol{\rho} = \mathbf{z} - 1$; $\mathbf{z} - \boldsymbol{\rho}\mathbf{z} = \boldsymbol{\rho} + 1$; $\mathbf{z} = (1 + \boldsymbol{\rho})/(1 - \boldsymbol{\rho})$.

Esprimendo **ρ** in forma cartesiana si ottiene:

$\mathbf{z} = [(1 + m) + jn]/[(1 - m) - jn]$.

$\mathbf{z} = [(1 + m) + jn][(1 - m) + jn]/\{[(1 + m) + jn][(1 - m) - jn]\} =$
$= [(1 + m) + jn][(1 - m) + jn]/[(1 - m)^2 + n^2]$;

$\mathbf{z} = r + jx = [1 - m^2 + jn(1 - m) + (1 + m)\, j\, n - n^2]/[(1 - m)^2 + n^2] =$
$= [1 - m^2 - n^2 + j\, 2n]/[(1 - m)^2 + n^2]$.

Uguagliando le parti reali e quelle immaginarie si ottengono le equazioni:

1) $r = [1 - m^2 - n^2]/[(1 - m)^2 + n^2]$; 2) $x = 2n/[(1 - m)^2 + n^2]$.

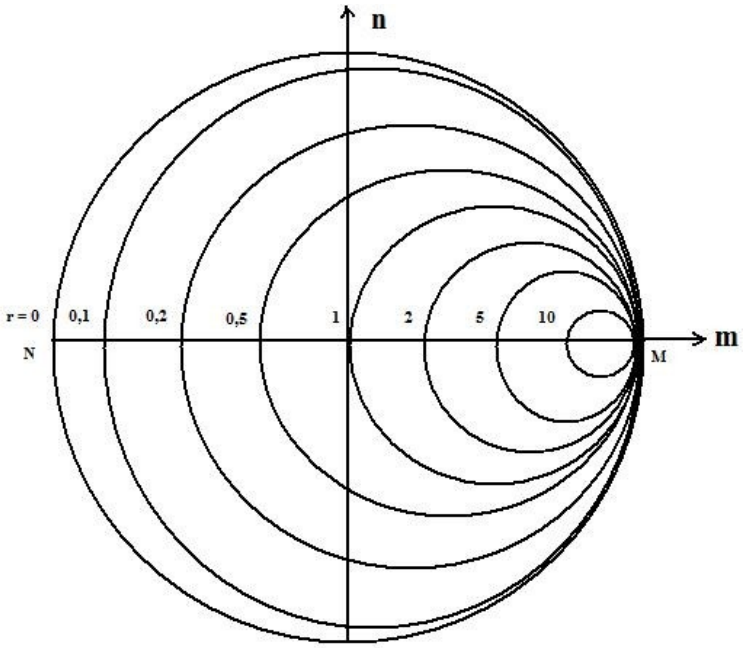
Queste equazioni rappresentano due famiglie di circonferenze nel piano m,n, dipendenti rispettivamente dai parametri r e x (circonferenze con resistenza r = costante e circonferenze con reattanza x = costante).

L' equazione della famiglia di circonferenze con r = costante si ottiene dalla 1) con i seguenti passaggi:

$r(1 + m^2 - 2m) + rn^2 = 1 - m^2 - n^2$;

$r - 2mr + m^2 r + n^2 r = 1 - m^2 - n^2$;

$m^2(1 + r) + n^2(1 + r) - 2mr + r - 1 = 0;$
$\mathbf{m^2 + n^2 - 2r\, m/(1+r) + (r - 1)/(r + 1) = 0.}$

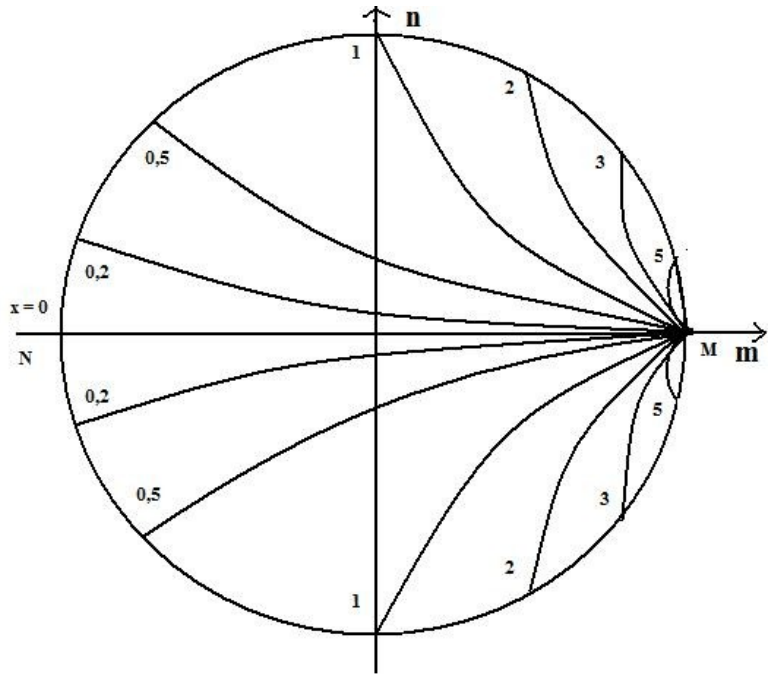


Famiglia di circonferenze con resistenza normalizzata (r) costante

Le circonferenze con r = costante hanno raggio 1/(1+r) , passano tutte per il punto M di coordinate (m = 1, n = 0) ed hanno il centro sull' asse reale m.

L' equazione della famiglia di circonferenze con x = costante si ottiene dalla 2) con i seguenti passaggi:
$[(1 - m)^2 + n^2]\, x = 2n;$
$x + m^2 x - 2mx + n^2 x = 2n;$
$m^2 x + n^2 x - 2mx + x - 2n = 0;$
$\mathbf{m^2 + n^2 - 2m + 1 - 2n/x = 0.}$
Le circonferenze con x = costante hanno raggio 1/x, passano tutte per il punto M di coordinate (m = 1, n = 0) ed hanno il centro sulla verticale passante per il punto M(1,0).
Nella carta di Smith per le impedenze normalizzate $\mathbf{z} = r + jx$ le circonferenze appartenenti al 1° ed al 2° quadrante si riferiscono a reattanze positive (induttive), mentre quelle appartenenti al 3° ed al 4° quadrante si riferiscono a reattanze negative (capacitive).
Se si conoscono l' impedenza caratteristica Z_o della linea e l'impedenza della stessa $\mathbf{Z} = R + jX$ in un punto qualsiasi, il punto P di funzionamento si individua come intersezione tra la circonferenza corrispondente a $r = R/Z_o$ e quella corrispondente a $x = X/Z_o$. Individuato il punto P, il modulo $|\boldsymbol{\rho}|$ del coefficiente di riflessione $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{V_r}/\mathbf{V_d}$ ed il rapporto d' onda stazionaria ROS (o SWR) si ottengono riportando col compasso sulle apposite scale ausiliarie di $|\boldsymbol{\rho}|$ e del ROS la lunghezza del raggio vettore OP , congiungente il punto P con l'origine degli assi O.
La fase φ , cioè il ritardo (da 0° a - 180°) o l' anticipo (da 0° a 180°) dell' onda di

tensione riflessa o regressiva (dal carico verso il generatore) rispetto all' onda di tensione diretta o progressiva (dal generatore verso il carico) , si legge sull' apposita circonferenza.



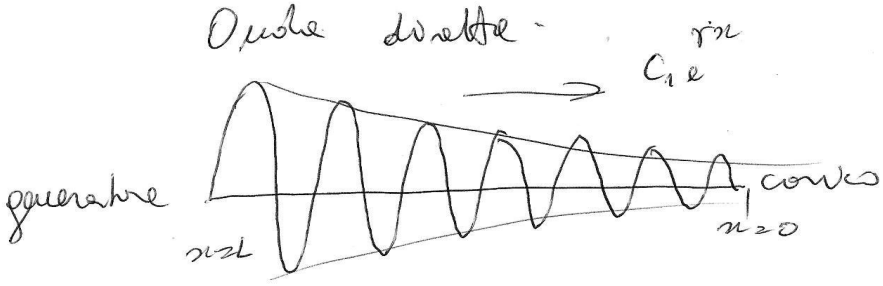
Famiglia di circonferenze con reattanza normalizzata (x) costante

Uso della carta di Smith per le ammettenze

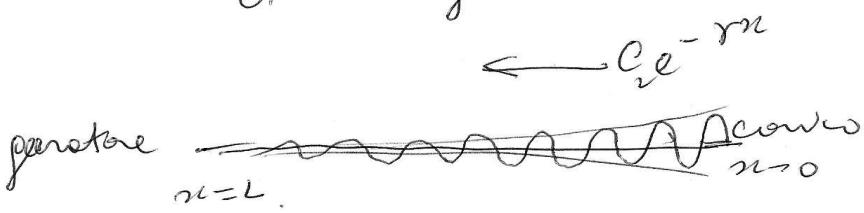
Nei problemi di adattamento di impedenza linea-carico è molto più semplice riferirsi all' ammettenza normalizzata piuttosto che all' impedenza normalizzata, dovendo collegare carichi in parallelo.
Indicando con Y_o l' ammettenza caratteristica, pari all' inverso dell' impedenza caratteristica Z_o e con **Y** l'ammettenza in un punto qualsiasi della linea, si ha:
$\mathbf{Y}/Y_o = G/Y_o + j\, B/Y_o$.
L'ammettenza normalizzata in un punto qualsiasi della linea è $\mathbf{y} = \mathbf{Y}/Y_o = g + jb$, essendo $g = G/Y_o$ la conduttanza normalizzata e $b = B/Y_o$ la suscettanza normalizzata.
Il coefficiente di riflessione , espresso in funzione dell' ammettenza normalizzata è
$\boldsymbol{\rho} = (\mathbf{z} - 1)/(\mathbf{z} + 1) = [\, 1/\mathbf{y} - 1]/[1/\mathbf{y} + 1] = (1 - \mathbf{y})/(1 + \mathbf{y}) = -\,(\mathbf{y} - 1)/(\mathbf{y} + 1)$.
Si nota che l' espressione di $\boldsymbol{\rho}$ ottenuta in funzione di y differisce solo per il segno da quella ottenuta in funzione di **z**. Questo significa che i vettori $\mathbf{y} = g + jb$ relativi ai punti rappresentativi delle ammettenze normalizzate sono ruotati di 180° rispetto ai vettori $\mathbf{z} = r + jx$ relativi alle impedenze normalizzate.
Pertanto, dovendo considerare carichi collegati in parallelo, calcolato il punto di funzionamento P per carichi in serie mediante l'impedenza normalizzata $\mathbf{z} = r + jx$, si ottiene immediatamente il punto di funzionamento Q per carichi in parallelo,

ruotando di 180° rispetto all' origine il vettore OP.
Nella carta di Smith per le impedenze normalizzate **y** = g + jb le circonferenze appartenenti al 1° ed al 2° quadrante si riferiscono a suscettanze positive (capacitive), mentre quelle appartenenti al 3° ed al 4° quadrante si riferiscono a suscettanze negative (induttive).

Onde dirette



Onda riflessa



$$V(x) = C_1 e^{\gamma x} + C_2 e^{-\gamma x}$$

$$I(x) = \frac{C_1}{Z_0} e^{\gamma x} - \frac{C_2}{Z_0} e^{-\gamma x}$$

per $x = 0$ $\quad V(0) = V_c \; ; \; I(0) = I_c$

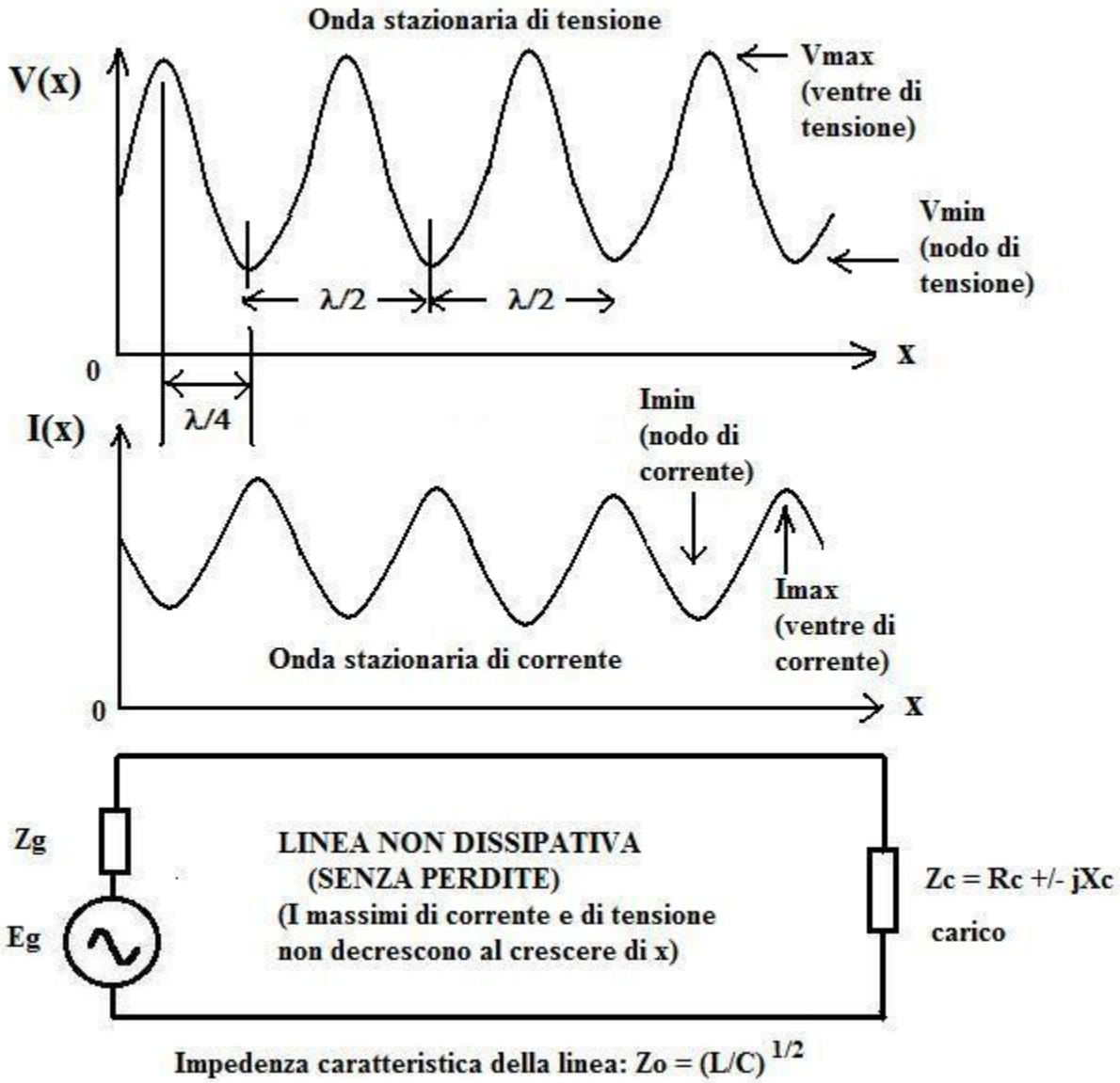
$$V_c = C_1 + C_2 \qquad \begin{cases} V_c = C_1 + C_2 \\ Z_0 I_c = C_1 - C_2 \end{cases}$$

$$I_c = \frac{C_1}{Z_0} - \frac{C_2}{Z_0}$$

$V_c + Z_0 I_c = 2C_1$; $\quad C_1 = \dfrac{V_c + Z_0 I_c}{2}$ ampiezza onda diretta

$V_c - Z_0 I_c = 2C_2$;

$C_2 = \dfrac{V_c - Z_0 I_c}{2}$ ampiezza onda riflessa



ADATTAMENTO D' IMPEDENZA TRA LINEA E CARICO MEDIANTE STUB (SPEZZONE) DI LUNGHEZZA L , IN CORTOCIRCUITO, INSERITO IN DERIVAZIONE SULLA LINEA ALLA DISTANZA D DAL CARICO Zc = Rc +/- jXc.

Le soluzioni delle equazioni differenziali della linea, espresse in funzione della distanza x dal carico sono:

$$V(x) = Vd\, e^{\gamma x} + Vr\, e^{-\gamma x}$$

$$I(x) = (Vd/Zo)\, e^{\gamma x} - (Vr/Zo)\, e^{-\gamma x}$$

Bisogna considerare che, procedendo dal carico verso il generatore, i termini $Vd\, e^{\gamma x}$

e **(Vd/Zo) $e^{\gamma x}$** , relativi, rispettivamente, alle onde dirette di tensione e di corrente crescono al crescere di x, mentre i termini **Vr $e^{-\gamma x}$** e **(Vr/Zo) $e^{-\gamma x}$** , relativi, rispettivamente, alle onde riflesse di tensione e di corrente, decrescono al crescere di x.
Si fa riferimento inoltre ai seguenti simboli:

1) $$Vd = C_1 = (Vc + Zo\ Ic) / 2$$

ampiezza dell' onda diretta di tensione per x = 0 (ai capi del carico);

2) $$Vr = C_2 = (Vc - Zo\ Ic) / 2$$

ampiezza dell' onda riflessa di tensione per x = 0 (ai capi del carico);

3) Vd/Zo
ampiezza dell' onda diretta di corrente per x = 0;

4) Vr/Zo
ampiezza dell' onda riflessa di corrente (in opposizione di fase rispetto all'onda diretta, in quanto si propaga verso il generatore) per x = 0;

5) $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\,\beta(\omega)$ **funzione** di propagazione;

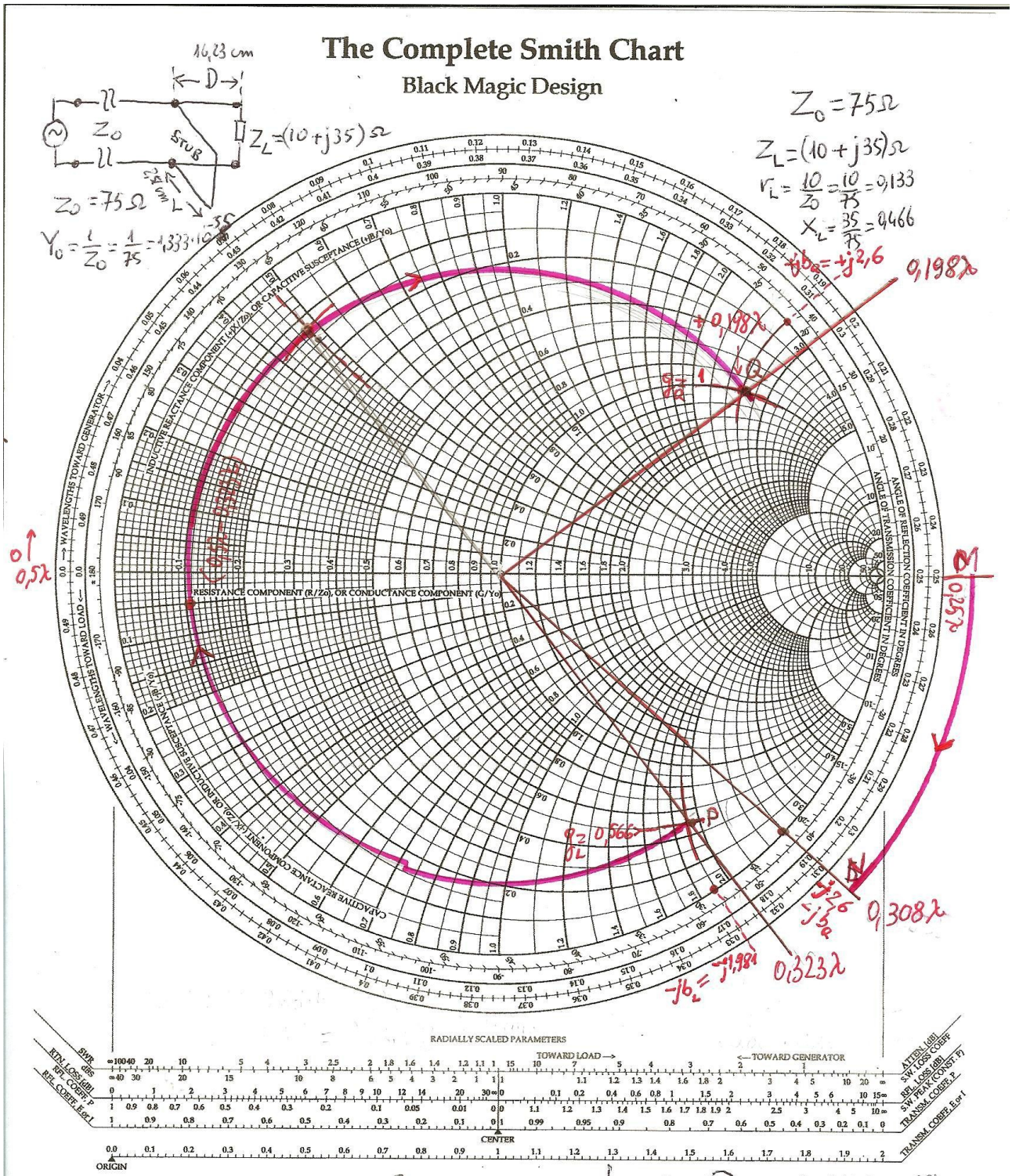
6) La parte reale **$\alpha(\omega)$ rappresenta** l' attenuazione (in dB/m o dB/km) in funzione di ω;

7) La parte immaginaria **$\beta(\omega)$** rappresenta la fase (in rad/m o rad/km) in funzione di ω .

In particolare, se la linea è non dispersiva (o antidistorcente), cioè se soddisfa la condizione di non distorsione di Heaviside **R/L = G/C**, **$\alpha(\omega) = \sqrt{(RG)}$** si riduce ad una costante (l' attenuazione è indipendente dalla frequenza) e **$\beta(\omega) = \omega\sqrt{(LC)}$** è direttamente proporzionale a **ω** .
Consideriamo che la finalità dell' adattamento tra generatore, linea di trasmissione e carico è il massimo trasferimento di potenza (con rendimento del 50%) tra un generatore con impedenza interna **Zg** = Rg +/- jXg ed un carico con impedenza **Zc** = Rc +/- jXc (+ carico resistivo-induttivo, - carico resistivo-capacitivo), si ottiene se Rc = Rg e se la reattanza j Xg è uguale in modulo di segno contrario rispetto alla reattanza jXc del carico, il che equivale ad affermare che le impedenze **Zg** e **Zc** devono essere complesse coniugate. Se la reattanza jXg del generatore è capacitiva, occorre che quella jXc del carico sia induttiva e di modulo uguale, e viceversa.
Per semplicità, consideriamo una linea di trasmissione non dissipativa (**R** = 0 e **G** = 0) con impedenza caratteristica Zo = **$\sqrt{(L/C)}$** , collegata ad un generatore con

impedenza interna puramente resistiva ($Xg = 0$): $Zg = Rg = Zo$ e ad un carico **Zc** = Rc +/- j Xc .
In questo caso la condizione di adattamento è soddisfatta soltanto dalla parte del generatore (per esempio un trasmettitore radio o televisivo) , ma non dalla parte del carico (per esempio un' antenna trasmittente con impedenza Zc = Rc +/- j Xc).
In questo caso, per ottenere il massimo trasferimento di potenza dal trasmettitore all' antenna si può ricorrere alla tecnica dello stub, che consiste nel collegare in derivazione sulla linea di trasmissione (cavo coassiale) , alla distanza D dal carico, uno spezzone (stub) di linea dello stesso tipo o di altro tipo, terminata in cortocircuito o aperta e di lunghezza L calcolata in modo tale da realizzare l'adattamento.
Ricordiamo che uno stub di lunghezza L,realizzato con uno spezzone di linea con impedenza caratteristica Zo e terminato in cortocircuito, equivale ad una reattanza **Zcc** = j Zo tg βL = j Zo tg $(2\pi L/\lambda)$.
Se $0 < L < \lambda/4$, tg $\beta L > 0$ e lo stub in cortocircuito consente di ottenere una reattanza induttiva di valore crescente da 0 a $+\infty$.
Se invece $\lambda/4 < L < \lambda/2$, tg $\beta L < 0$ e lo stub consente di ottenere una reattanza capacitiva di valore crescente da $-\infty$ a 0.
Uno stub aperto di lunghezza L equivale invece ad una reattanza **Zca** = - j Zo /tg βL = = -j Zo /tg $(2\pi L/\lambda)$, che è capacitiva e crescente da $-\infty$ a 0 se $0 < L < \lambda/4$ ed induttiva e crescente 0 a $+\infty$ se $\lambda/4 < L < \lambda/2$.
In pratica, per evitare dispersioni di potenza a radiofrequenza da parte di uno stub aperto, si preferisce utilizzare stub in cortocircuito.
L'adattamento si ottiene calcolando la distanza D dal carico (punto d'inserzione dello stub in parallelo alla linea) per cui la parte reale G (conduttanza) dell' ammettenza **Y** = G + jB risulta uguale all' ammettenza caratteristica Yo = 1/Zo della linea.
Individuata la distanza D, basta calcolare la lunghezza L di uno stub in cortocircuito la cui suscettanza jBs = 1/j Zo tg $(2\pi L/\lambda)$ = -j/Zo tg $(2\pi L/\lambda)$ sia uguale e di segno contrario rispetto alla suscettanza jB che la linea assume alla distanza D dal carico.
In altri termini l'adattamento si ottiene sfruttando la condizione di risonanza-parallelo alla frequenza di lavoro f della linea, mediante la neutralizzazione della suscettanza jB della stessa con la suscettanza jBs dello stub.

ESEMPIO N. 1



$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,6\cdot 10^8}{6\cdot 10^8} = 0,433\,m = 43,3\,cm$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{10+j35} = \frac{10-j35}{10^2+1225} = (7,547\cdot 10^{-3} - j2,641\cdot 10^{-2})\,S$$

$$g_L = \frac{G_L}{Y_0} = \frac{7,547\cdot 10^{-3}}{1,333\cdot 10^{-2}} = 0,5661 \; ; \; b_L = \frac{B_L}{Y_0} = \frac{2,641\cdot 10^{-2}}{1,333\cdot 10^{-2}} = 1,981 \; ; \; y_L = g_L - jb_L = 0,5661 - j1,981$$

AMMETTENZA NORMALIZZATA DEL CARICO

$$D = \widehat{QP} = 0,5\lambda - 0,323\lambda + 0,198\lambda = 0,375\lambda = 0,375\cdot 43,3 = 16,23\ cm$$

PUNTO INSERIMENTO STUB

$$L = \widehat{SO} = 0,308\lambda - 0,25\lambda = 0,058\lambda = 0,058\cdot 43,3 = 2,51\,cm$$

LUNGH. STUB →

Adattamento di una linea non dissipativa con velocità di fase $v_f = 2,6 \times 10^8$ m/s- Zo = 75 Ω , $Z_L = (10 + j\,35)$ Ω (carico resistivo induttivo).
Se la frequenza del segnale sinusoidale fornito dal generatore è f = 600 MHz,la lunghezza d'onda è $\lambda = v_f / f = 2,6 \times 10^8 / 6 \times 10^8 = 0,433$ m.

1) Determinazione del punto di funzionamento (P) della linea
Si calcolano i valori normalizzati $g_L = G_L/Yo$ e $b_L = B_L/Yo$ della conduttanza G_L e della suscettanza B_L del carico:

$Yo = 1/Zo = (1/75)$ S = 0,01333 S.

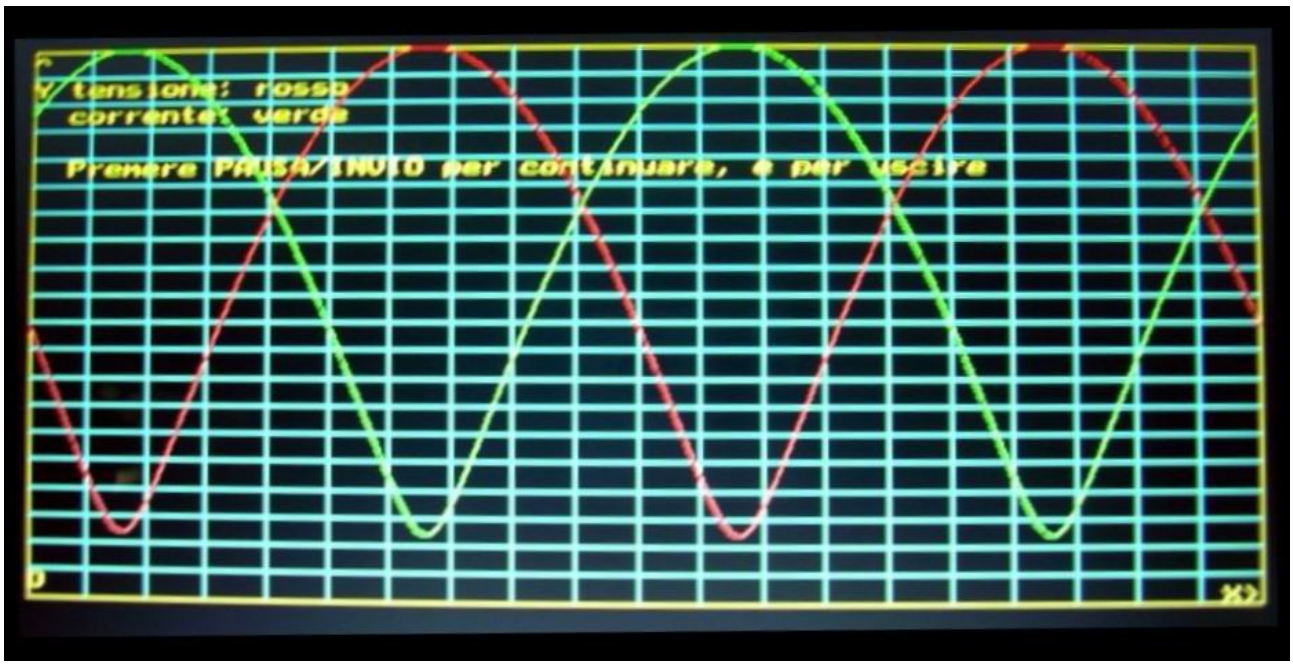
$\mathbf{Y_L} = 1/\mathbf{Z_L} = 1/(10 + j\,35) = (10 - j\,35)/[(10 + j\,35)(10 - j\,35)] =$

$= (10 - j\,35)/(10^2 + 35^2)$ S $= (10/1325 - j\,35/1325)$ S $= (7,547 \times 10^{-3} - j\,2,641 \times 10^{-2})$S.

$G_L = 7,547 \times 10^{-3}$ S ; $-jB_L = -j\,2,641 \times 10^{-2}$ S.

$g_L = G_L/Yo = 7,547 \times 10^{-3} / 0,01333 = 0,5661$;
$-jb_L = -j\,B_L/Yo = -j\,2,641 \times 10^{-2} / 0,01333 = -j\,1,981$.

Il punto P di funzionamento della linea si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a conduttanza costante g = 0,5 e la circonferenza a suscettanza costante -jb = -j 1,9.
In particolare, consideriamo che i valori normalizzati $z_L = R_L/Zo$ e $x_L = X_L/Zo$ della resistenza R_L e della reattanza X_L del carico Z_L si possono ottenere graficamente leggendo le coordinate del punto P' diametralmente opposto al punto di funzionamento P. Il punto P' si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a resistenza costante r = 0,14 e la circonferenza a reattanza costante +jx = +j 0,48.
I valori del modulo ρ del coefficiente di riflessione e del rapporto d'onda stazionaria ROS = (1 + ρ)/(1 - ρ) si determinano riportando con il compasso il segmento corrispondente alla distanza di P dall' origine del diagramma di Smith, sulle scale ausiliarie, a sinistra in basso.
In particolare, sulla scala intestata SWR si legge il valore 9, mentre sulla scala intestata RFL COEFF E or I (coefficiente di riflessione di tensione o di corrente) si legge il valore ρ = 0,8. [ROS = (1 + 0,8)/(1 - 0,8) = 9].



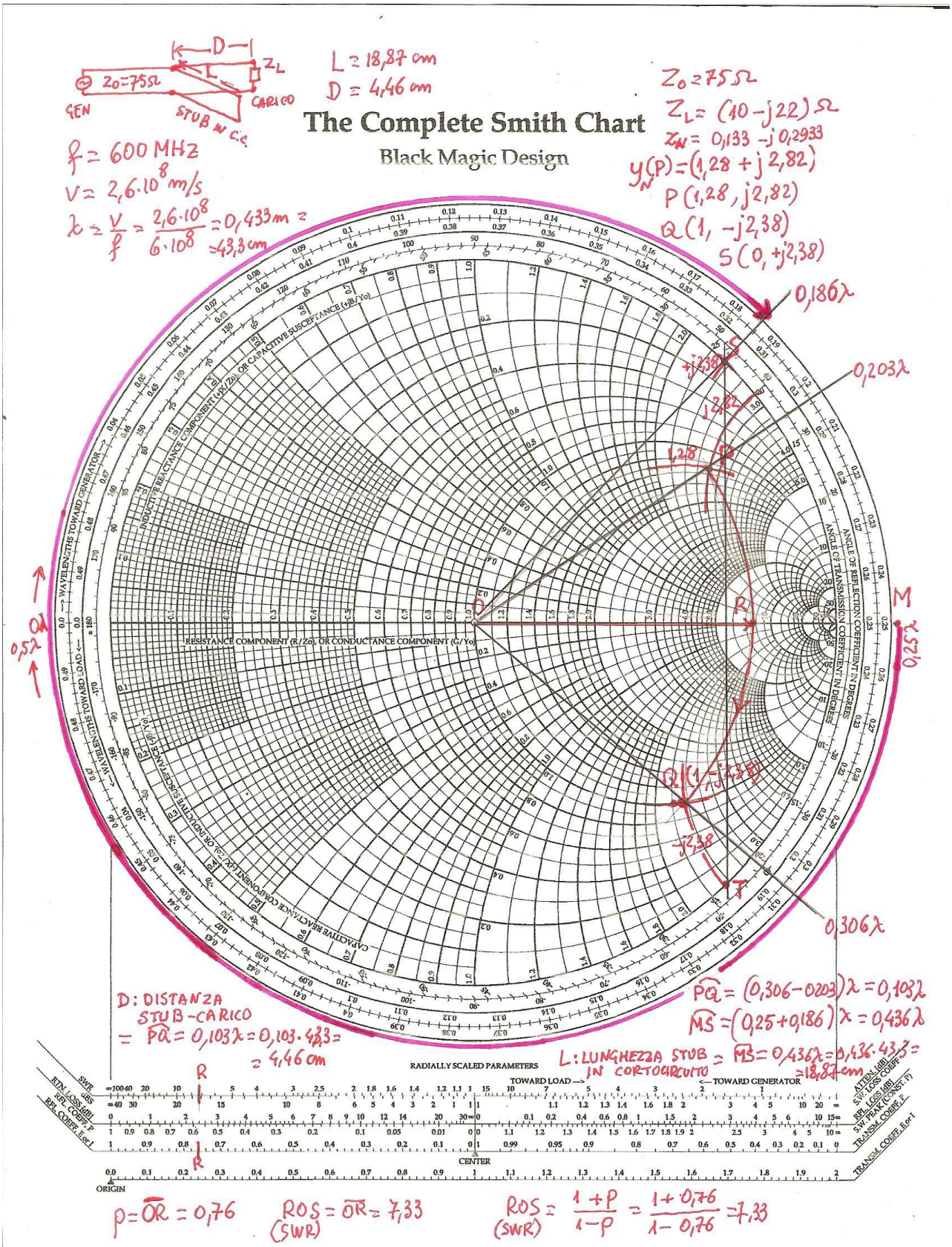
Poichè, spostandosi in senso orario dal carico verso il generatore di un arco di (0,5 λ - 0,323 λ) = 0,177 λ , si incontra il primo punto di conduttanza minima (di coordinate g = 0,1 b = 0 ,sul semiasse reale negativo) , il primo minimo (nodo) di corrente (Imin), corrispondente al primo massimo (ventre) di tensione (Vmax) , si trova alla distanza di 0,177 x 0,433 m = 0,076 m = 7,6 cm dal carico.
Pertanto, poichè un nodo (minimo) di tensione o di corrente si verifica alla distanza di λ/4 dal più vicino ventre (massimo) di tensione o di corrente ,il primo massimo (ventre) di corrente (Imax) , che corrisponde al punto di conduttanza massima (di coordinate g =10, b = 0, sul semiasse reale positivo) ed al primo minimo (nodo) di tensione (Vmin), si trova alla distanza di λ/4 = 0,25 λ dal primo nodo di corrente (primo ventre di tensione) , cioè a (0,076 + 0,433/4) m = 0,184 m = 18,4 cm dal carico.

2) Determinazione del punto d'inserzione (D) dello stub in cortocircuito
A partire dal punto P, con apertura di compasso pari alla distanza di P dal centro del diagramma di Smith, si descrive in senso orario (spostandosi dal carico verso il generatore) un arco di circonferenza che termina nel punto Q d' intersezione con la circonferenza a conduttanza costante g = 1 (corrispondente alla circonferenza relativa all' ammettenza caratteristica Yo = 0,01333 S). Nel punto Q la linea presenta la conduttanza normalizzata g = 1 , e la suscettanza normalizzata +jb = + j 2,6 , che corrisponde alla suscettanza B = +j bYo = + j 2,6 x 0,01333 = +j 0,0346 S.
Per individuare il punto D = PQ , si misura la lunghezza dell' arco PQ rispetto alla lunghezza d'onda λ = 0,433 m, sommando all' arco (0,5 λ - 0,323 λ) , misurato a partire dal punto M, l' arco 0,198 λ , misurato a partire dal punto origine per la misura di λ , che è diametralmente opposto al punto M. Si ottiene così D = (0,5 - 0,323 + 0,198) λ = 0,375 λ = 0,375 x 0,433 m = 0,162 m = 16,2 cm. Pertanto lo stub va inserito nel punto Q, alla distanza di 16,2 cm dal carico (punto P).

3) Determinazione della lunghezza (L) dello stub in cortocircuito

Per neutralizzare la suscettanza normalizzata (+jb = +j 2,6) della linea nel punto Q d'inserzione dello stub, bisogna individuare la circonferenza a reattanza costante - jb = - j 2,6 . Prolungando la parte terminale dell'arco della suddetta circonferenza, si individuano il punto N e l'arco MN, che corrisponde alla lunghezza L dello stub.
In corrispondenza di N si legge il valore 0,308; pertanto la lunghezza dell' arco MN compreso tra il punto M di cortocircuito (punto di impedenza nulla o ammettenza infinita) ed il punto N è $L = 0{,}308\ \lambda - 0{,}25\ \lambda = 0{,}058\ \lambda = 0{,}058 \times 0{,}433$ m = 0,0251 m = 2,51 cm. Occorre pertanto realizzare uno stub in cortocircuito con una lunghezza di 2,51 cm.

ESEMPIO N. 2


D
Z_L
L
$Z_0 = 75\Omega$
GEN
STUB IN C.C.
CARICO
L = 18,87 cm
D = 4,46 cm
The Complete Smith Chart
Black Magic Design
$Z_0 = 75\Omega$
$Z_L = (10 - j22)\Omega$
$z_N = 0,133 - j\,0,2933$
$y_N(P) = (1,28 + j\,2,82)$
P (1,28 , j2,82)
Q (1, −j2,38)
S (0, +j2,38)
f = 600 MHz
$v = 2,6 \cdot 10^8$ m/s
$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,6 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^8} = 0,433$ m = 43,3 cm
0,186λ
0,203λ
0,25λ
0,5λ
0,306λ
S
+j2,38
j2,82
1,28
P
O
R
M
V
Q (1, −j2,38)
−j2,38
T
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (−jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (−jB/Yo)
WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR
WAVELENGTHS TOWARD LOAD
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
D: DISTANZA STUB-CARICO = $\overline{PQ} = 0,103\lambda = 0,103 \cdot 43,3 = 4,46$ cm
$\overline{PQ} = (0,306 - 0,203)\lambda = 0,103\lambda$
$\overline{MS} = (0,25 + 0,186)\lambda = 0,436\lambda$
L: LUNGHEZZA STUB IN CORTOCIRCUITO = $\overline{MS} = 0,436\lambda = 0,436 \cdot 43,3 = 18,87$ cm
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD
TOWARD GENERATOR
CENTER
ORIGIN
$\rho = \overline{OR} = 0,76$
ROS (SWR) $= \overline{OR} = 7,33$
ROS (SWR) $= \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{1+0,76}{1-0,76} = 7,33$

Adattamento di una linea non dissipativa con velocità di fase $v_f = 2,6 \times 10^8$ m/s
$Zo = 75\ \Omega$, $Z_L = (10 - j\ 22)\ \Omega$ (carico resistivo capacitivo).
Se la frequenza del segnale sinusoidale fornito dal generatore è f = 600 MHz,la lunghezza d'onda è $\lambda = v_f / f = 2,6 \times 10^8 / 6 \times 10^8 = 0,433$ m.

1) Determinazione del punto di funzionamento (P) della linea
Si calcolano i valori normalizzati $g_L = G_L/Yo$ e $b_L = B_L/Yo$ della conduttanza G_L e della suscettanza B_L del carico:

$Yo = 1/Zo = (1/75)\ S = 0,01333\ S.$

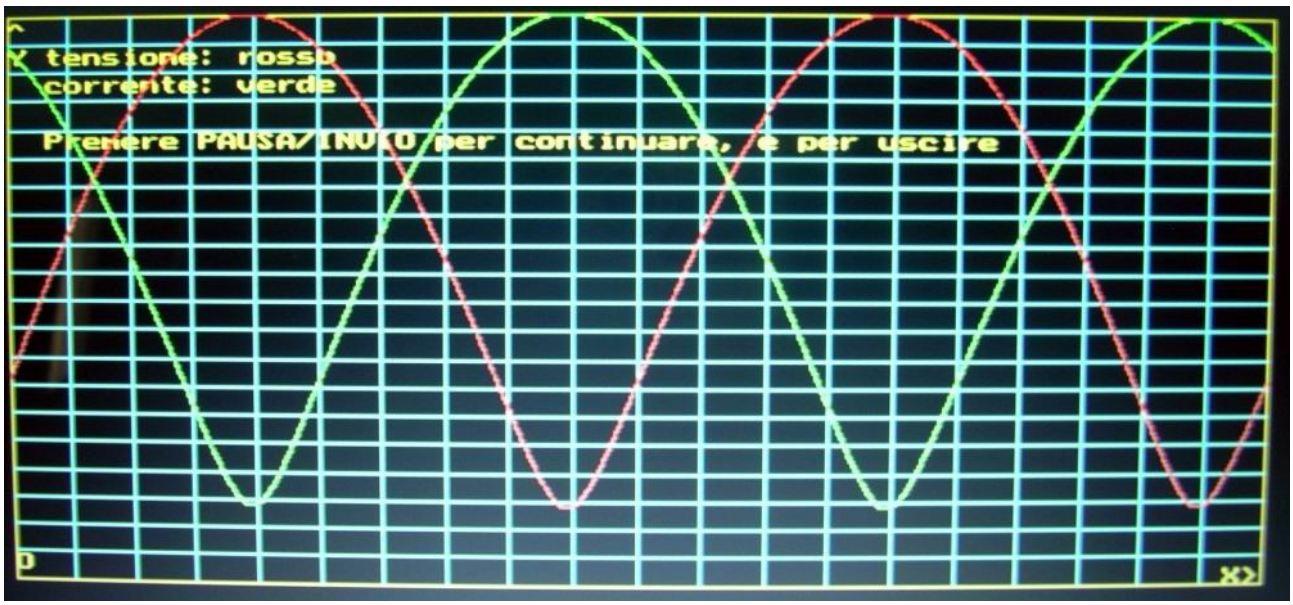
$\mathbf{Y_L} = 1/\mathbf{Z_L} = 1/(10 - j\ 22) = (10 + j\ 22)/[(10 - j\ 22)(10 + j\ 22)] =$

$= (10 + j\ 22)/(10^2 + 22^2)\ S = (10/584 + j\ 22/584)\ S = (17,123 \times 10^{-3} + j\ 3,767 \times 10^{-2})S.$

$G_L = 17,123 \times 10^{-3}\ S\ ;\ +jB_L = +j\ 3,767 \times 10^{-2}\ S.$

$g_L = G_L/Yo = 17,123 \times 10^{-3} / 0,01333 = 1,284\ ;$
$+jb_L = +j\ B_L/Yo = +j\ 3,767 \times 10^{-2} / 0,01333 = +j\ 2,826\ .$

Il punto P di funzionamento della linea si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a conduttanza costante g = 1,3 e la circonferenza a suscettanza costante +jb = +j 2,8.
In particolare, consideriamo che i valori normalizzati $z_L = R_L/Zo$ e $x_L = X_L/Zo$ della resistenza R_L e della reattanza X_L del carico Z_L si possono ottenere graficamente leggendo le coordinate del punto P' diametralmente opposto al punto di funzionamento P. Il punto P' si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a resistenza costante r = 0,14 e la circonferenza a reattanza costante -jx = -j 0,3.
I valori del modulo ρ del coefficiente di riflessione e del rapporto d'onda stazionaria $ROS = (1 + \rho)/(1 - \rho)$ si determinano riportando con il compasso il segmento corrispondente alla distanza di P dall' origine del diagramma di Smith, sulle scale ausiliarie, a sinistra in basso.
In particolare, sulla scala intestata SWR si legge il valore 9, mentre sulla scala intestata RFL COEFF E or I (coefficiente di riflessione di tensione o di corrente) si legge il valore ρ = 0,76. [ROS = (1 + 0,76)/(1 - 0,76) = 7,33].



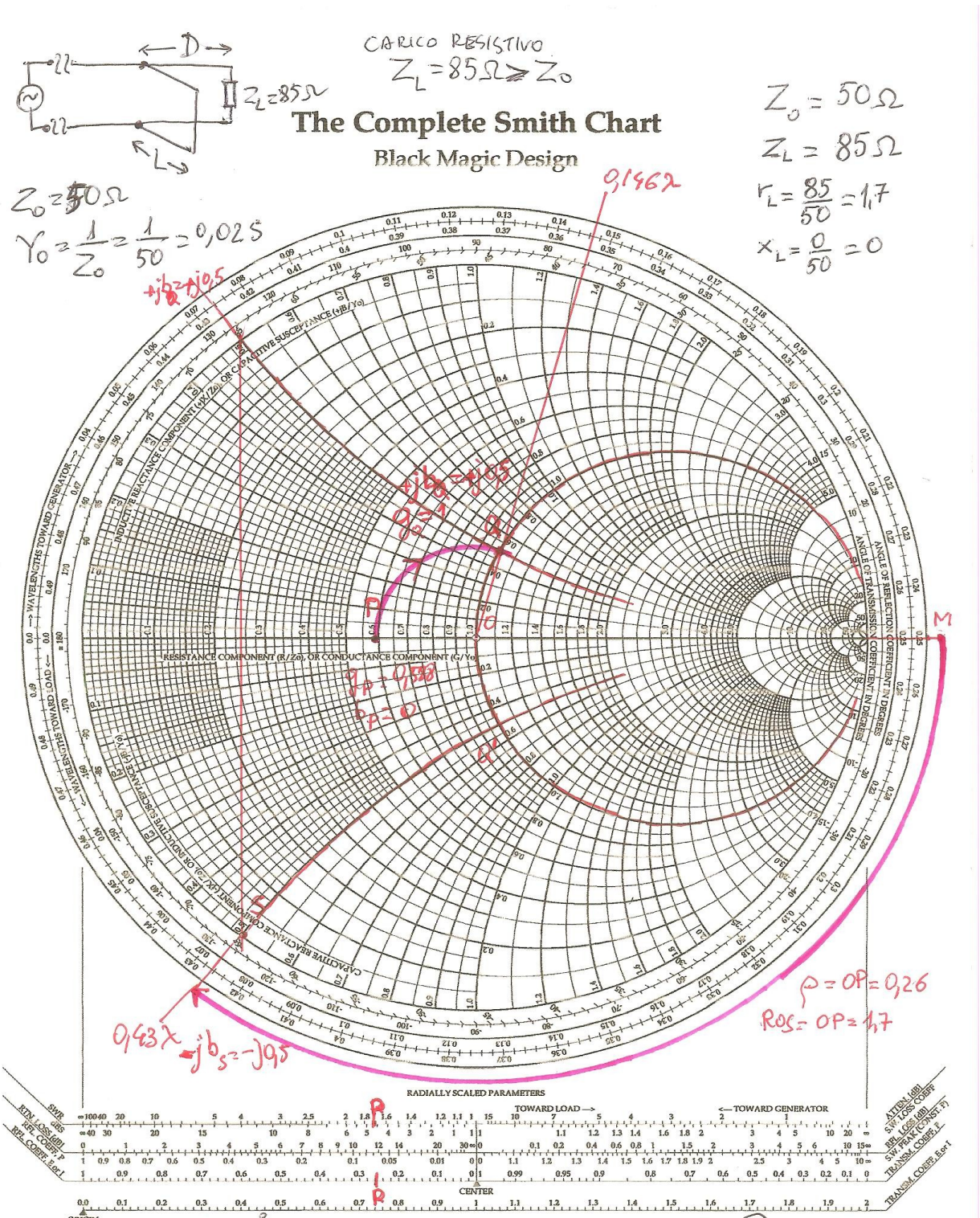
Poichè, spostandosi in senso orario dal carico verso il generatore di un arco di (0,25 λ - 0,203 λ) = 0,047 λ , si incontra il primo punto di conduttanza massima (di coordinate g = 8, b = 0 ,sul semiasse reale positivo) , il primo massimo (ventre) di corrente (Imax), corrispondente al primo minimo (nodo) di tensione (Vmin) , si trova alla distanza di 0,047 x 0,433 m = 0,02 m = 2 cm dal carico.
Pertanto, poichè un nodo (minimo) di tensione o di corrente si verifica alla distanza di λ/4 dal più vicino ventre (massimo) di tensione o di corrente ,il primo minimo (nodo) di corrente (Imin) , che corrisponde al punto di conduttanza minima (di coordinate g =0,12 , b = 0, sul semiasse reale negativo) ed al primo massimo (ventre) di tensione (Vmax), si trova alla distanza di λ/4 = 0,25 λ dal primo ventre di corrente (primo nodo di tensione) , cioè a (0,02 + 0,433/4) m = 0,128 m = 12,8 cm dal carico.

2) Determinazione del punto d'inserzione (D) dello stub in cortocircuito
A partire dal punto P, con apertura di compasso pari alla distanza di P dal centro del diagramma di Smith, si descrive in senso orario (spostandosi dal carico verso il generatore) un arco di circonferenza che termina nel punto Q d' intersezione con la circonferenza a conduttanza costante g = 1 (corrispondente alla circonferenza relativa all' ammettenza caratteristica Yo = 0,01333 S). Nel punto Q la linea presenta la conduttanza normalizzata g = 1 , e la suscettanza normalizzata -jb = - j 2,38 , che corrisponde alla suscettanza B = +j bYo = + j 2,38 x 0,01333 = +j 0,0317 S.
Per individuare il punto D = PQ , si misura la lunghezza dell' arco PQ rispetto alla lunghezza d'onda λ = 0,433 m. Si ottiene così D = (0,306 - 0,203) λ = 0,103 λ = = 0,103 x 0,433 m = 0,0446 m = 4,46 cm. Pertanto lo stub va inserito nel punto Q, alla distanza di 4,46 cm dal carico (punto P).

3) Determinazione della lunghezza (L) dello stub in cortocircuito
Per neutralizzare la suscettanza normalizzata (-jb = -j 2,38) della linea nel punto Q d'inserzione dello stub, bisogna individuare la circonferenza a reattanza costante

+ jb = + j 2,38 . Prolungando la parte terminale dell'arco della suddetta circonferenza, si individuano il punto S e l'arco MS, che corrisponde alla lunghezza L dello stub. In corrispondenza di S si legge il valore 0,186 λ; pertanto la lunghezza dell' arco MS compreso tra il punto M di cortocircuito (punto di impedenza nulla o ammettenza infinita) ed il punto S è $L = 0,25\ \lambda + 0,186\ \lambda = 0,436\ \lambda = 0,436 \times 0,433$ m = 0,1887 m = 18,87 cm. Occorre pertanto realizzare uno stub in cortocircuito con una lunghezza di 18,87 cm.

ESEMPIO N. 3



$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0{,}67\ m$

$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{85} = 0{,}01176\ S$; $y_L = g_L = 0{,}588$

$G_L = 0{,}01176\,S$

$B_L = 0$

$g_L = \frac{0{,}01176}{0{,}02} = 0{,}588$; $b_L = \frac{0}{0{,}02} = 0$

$D = \widehat{PQ} = 0{,}146\lambda = 0{,}146 \cdot 0{,}67 = 0{,}097\,m$

$L = \widehat{MS} = 0{,}43\lambda - 0{,}25\lambda = 0{,}18\lambda = 0{,}18 \cdot 0{,}67 = 0{,}12\,m = 12\,cm$

$L = 9{,}7\,cm$

Adattamento di una linea non dissipativa con velocità di fase $v_f = 2 \times 10^8$ m/s
$Zo = 50\ \Omega$, $Z_L = 85\ \Omega$ (carico resistivo maggiore di Zo).
Se la frequenza del segnale sinusoidale fornito dal generatore è f = 300 MHz,la lunghezza d'onda è $\lambda = v_f / f = 2 \times 10^8 / 3 \times 10^8 = 0{,}67$ m.

1) Determinazione del punto di funzionamento (P) della linea
Si calcolano i valori normalizzati $g_L = G_L/Yo$ e $b_L = B_L/Yo$ della conduttanza G_L e della suscettanza B_L del carico:

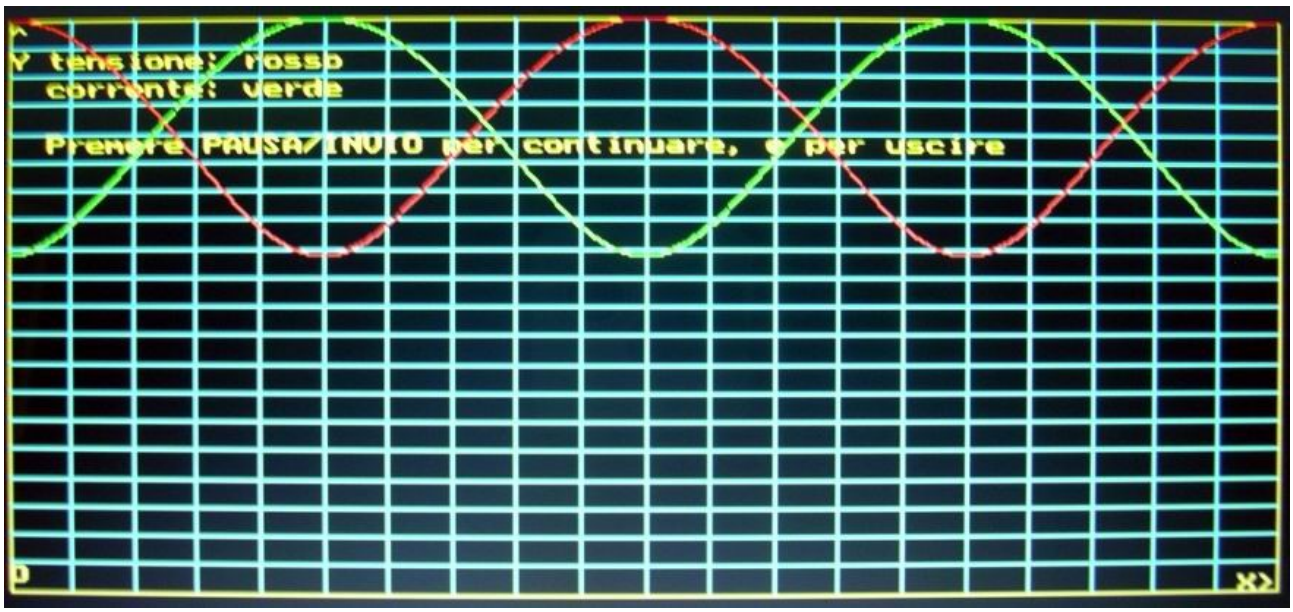
$Yo = 1/Zo = (1/50)\ S = 0{,}02\ S.$

$\mathbf{Y_L} = 1/\mathbf{Z_L} = 1/\ 85 = 0{,}01176\ S.$

$G_L = 1{,}176 \times 10^{-2}\ S$; $jB_L = 0$

$g_L = G_L/Yo = 1{,}176 \times 10^{-2} / 0{,}02 = 0{,}588$;
$jb_L = j\ B_L/Yo = 0$.

Il punto P di funzionamento della linea si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a conduttanza costante g = 0,6 ed il semiasse reale negativo, essendo nulla la suscettanza normalizzata jb_L del carico.
In particolare, consideriamo che il valore normalizzato $z_L = R_L/Zo$ della resistenza di carico R_L si può ottenere graficamente leggendo l'ascissa del punto diametralmente opposto al punto di funzionamento P. Il predetto punto si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a resistenza costante r = 1,8 ed il semiasse reale positivo.
I valori del modulo ρ del coefficiente di riflessione e del rapporto d'onda stazionaria $ROS = (1 + \rho)/(1 - \rho)$ si determinano riportando con il compasso il segmento corrispondente alla distanza di P dall' origine del diagramma di Smith, sulle scale ausiliarie, a sinistra in basso.
In particolare, sulla scala intestata SWR si legge il valore 1,7, mentre sulla scala intestata RFL COEFF E or I (coefficiente di riflessione di tensione o di corrente) si legge il valore ρ = 0,26. [ROS = (1 + 0,26)/(1 - 0,26) = 1,7].



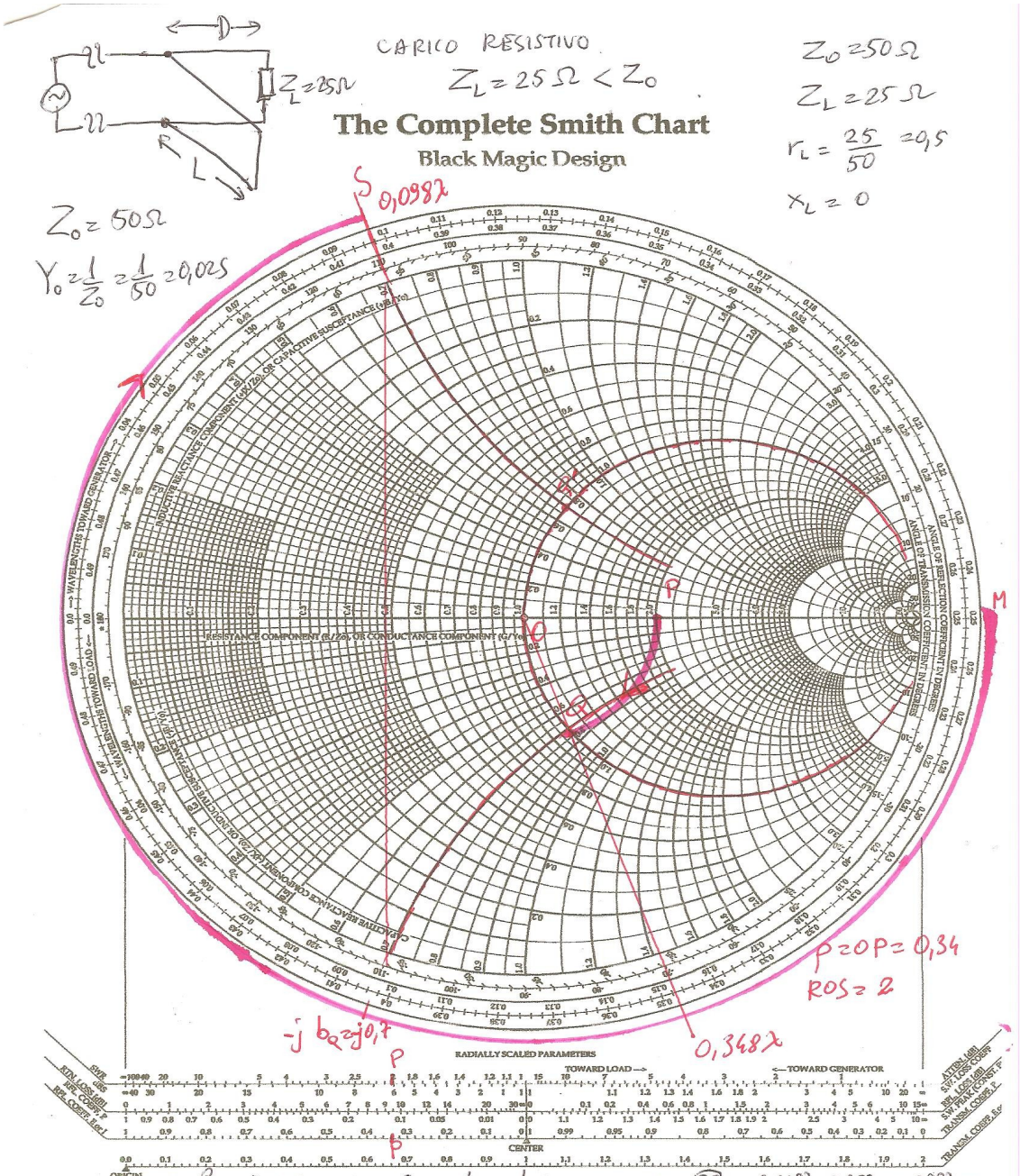
Poichè il punto di lavoro P si trova sul semiasse reale negativo e corrisponde alla minima conduttanza normalizzata $g_L = G_L/Yo = 0{,}588$, esso individua il primo minimo (nodo) di corrente (Imin), che coincide con il primo massimo (ventre) di tensione (Vmax) ai capi del carico .
Pertanto, poichè un nodo (minimo) di tensione o di corrente si verifica alla distanza di $\lambda/4$ dal più vicino ventre (massimo) di tensione o di corrente ,il primo massimo (ventre) di corrente (Imax) , corrispondente al punto di conduttanza massima (g = 1,8, sul semiasse reale positivo), ed il primo minimo (nodo) di tensione (Vmin), si trovano alla distanza di $\lambda/4 = 0{,}25\ \lambda$ dal primo nodo di corrente (primo ventre di tensione) , cioè a 0,67/4 m = 0,1675 m = 16,75 cm dal carico.

2) Determinazione del punto d'inserzione (D) dello stub in cortocircuito
A partire dal punto P, con apertura di compasso pari alla distanza di P dal centro del diagramma di Smith, si descrive in senso orario (spostandosi dal carico verso il generatore) un arco di circonferenza che termina nel punto Q d' intersezione con la circonferenza a conduttanza costante g = 1 (corrispondente alla circonferenza relativa all' ammettenza caratteristica Yo = 0,02 S). Nel punto Q la linea presenta la conduttanza normalizzata g = 1 , e la suscettanza normalizzata +jb = + j 0,5 , che corrisponde alla suscettanza B = +j bYo = + j 0,5 x 0,02 = +j 0,01 S.
Per individuare il punto D = PQ , si misura la lunghezza dell' arco PQ rispetto alla lunghezza d'onda $\lambda = 0{,}67$ m. Si ottiene così D = $0{,}146\ \lambda = 0{,}146 \times 0{,}67$ m = 0,0978 m = 9,78 cm. Pertanto lo stub va inserito nel punto Q, alla distanza di 9,78 cm dal carico (punto P).

3) Determinazione della lunghezza (L) dello stub in cortocircuito
Per neutralizzare la suscettanza normalizzata (+jb = +j 0,5) della linea nel punto Q d'inserzione dello stub, bisogna individuare la circonferenza a reattanza costante - jb = - j 0,5 . Prolungando la parte terminale dell'arco della suddetta circonferenza, si individuano il punto S e l'arco MS, che corrisponde alla lunghezza L dello stub.

In corrispondenza di S si legge il valore 0,43 λ; pertanto la lunghezza dell' arco MS compreso tra il punto M di cortocircuito (punto di impedenza nulla o ammettenza infinita) ed il punto S è $L = 0{,}43\ \lambda - 0{,}25\ \lambda = 0{,}18\ \lambda = 0{,}18 \times 0{,}67$ m = 0,12 m = 12 cm. Occorre pertanto realizzare uno stub in cortocircuito con una lunghezza di 12 cm.

ESEMPIO N. 4



$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{f \cdot 10^8} = 0{,}428\,m$

$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{25} = 0{,}045$

$G_L = \frac{1}{R_L} = \frac{1}{25} = 0{,}045$

$B_L = 0$

$g_L = \frac{0{,}04}{0{,}02} = 2$

$b_L = 0$

$D = \overline{PQ} = 0{,}348\lambda - 0{,}25\lambda = 0{,}098\lambda = 0{,}098 \cdot 0{,}428 = 0{,}0419\,m = 4{,}2\,cm$

$L = \overline{MS} = 0{,}25\lambda + 0{,}098\lambda = 0{,}348\lambda = 0{,}348 \cdot 0{,}428 = 0{,}149\,m = 14{,}9\,cm$

Adattamento di una linea non dissipativa con velocità di fase $v_f = 3 \times 10^8$ m/s
$Zo = 50\ \Omega$, $Z_L = 25\ \Omega$ (carico resistivo minore di Zo).
Se la frequenza del segnale sinusoidale fornito dal generatore è f = 700 MHz,la lunghezza d'onda è $\lambda = v_f / f = 3 \times 10^8 / 7 \times 10^8 = 0{,}428$ m.

1) Determinazione del punto di funzionamento (P) della linea
Si calcolano i valori normalizzati $g_L = G_L/Yo$ e $b_L = B_L/Yo$ della conduttanza G_L e della suscettanza B_L del carico:

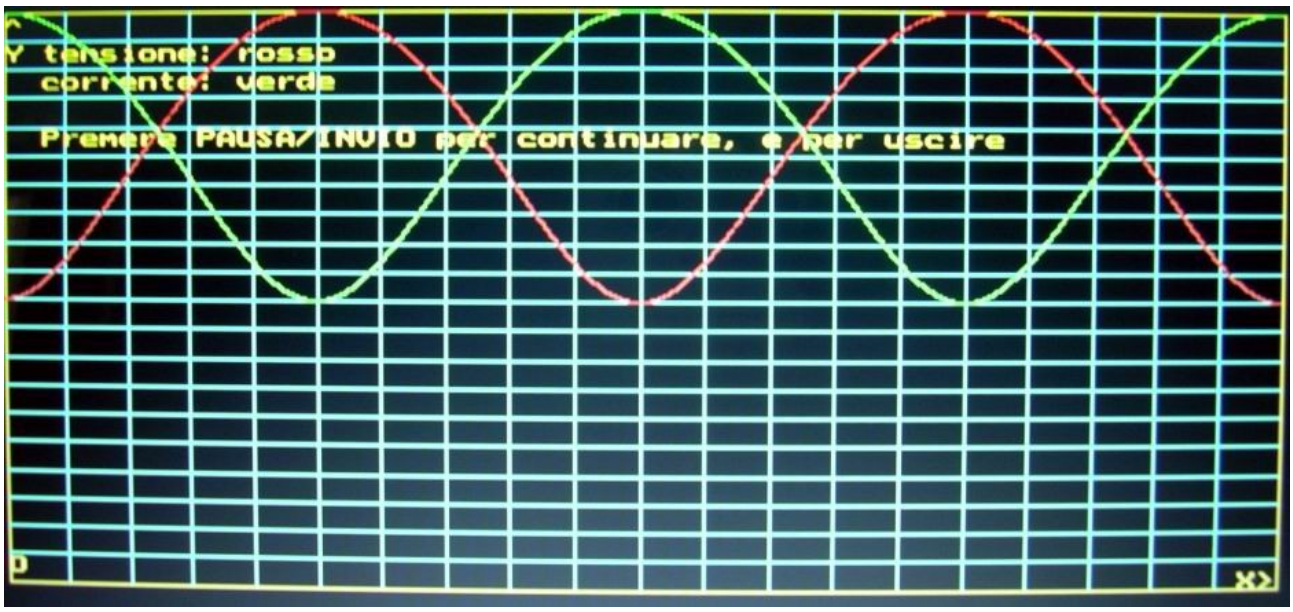
$Yo = 1/Zo = (1/50)\ S = 0{,}02\ S.$

$\mathbf{Y_L} = 1/\mathbf{Z_L} = 1/\ 25 = 0{,}04\ S.$

$G_L = 4 \times 10^{-2}\ S$; $jB_L = 0$

$g_L = G_L/Yo = 0{,}04 / 0{,}02 = 2$;
$jb_L = j\ B_L/Yo = 0$.

Il punto P di funzionamento della linea si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a conduttanza costante g = 2 ed il semiasse reale positivo, essendo nulla la suscettanza normalizzata jb_L del carico.
In particolare, consideriamo che il valore normalizzato $z_L = R_L/Zo$ della resistenza di carico R_L si può ottenere graficamente leggendo l'ascissa del punto diametralmente opposto al punto di funzionamento P. Il predetto punto si trova, in modo approssimato, all' intersezione tra la circonferenza a resistenza costante r = 0,5 ed il semiasse reale negativo.
I valori del modulo ρ del coefficiente di riflessione e del rapporto d'onda stazionaria $ROS = (1 + \rho)/(1 - \rho)$ si determinano riportando con il compasso il segmento corrispondente alla distanza di P dall' origine del diagramma di Smith, sulle scale ausiliarie, a sinistra in basso.
In particolare, sulla scala intestata SWR si legge il valore 2, mentre sulla scala intestata RFL COEFF E or I (coefficiente di riflessione di tensione o di corrente) si legge il valore $\rho = 0{,}34$. [$ROS = (1 + 0{,}34)/(1 - 0{,}34) = 2{,}03$].



Poichè il punto di lavoro P si trova sul semiasse reale positivo e corrisponde alla massima conduttanza normalizzata $g_L = G_L/Yo = 2$, esso individua il primo massimo (ventre) di corrente (Imax), che coincide con il primo minimo (nodo) di tensione (Vmin) ai capi del carico .
Pertanto, poichè un nodo (minimo) di tensione o di corrente si verifica alla distanza di $\lambda/4$ dal più vicino ventre (massimo) di tensione o di corrente ,il primo minimo (nodo) di corrente (Imin) , corrispondente al punto di conduttanza minima (g = 0,5, sul semiasse reale negativo), ed il primo massimo (ventre) di tensione (Vmax), si trovano alla distanza di $\lambda/4 = 0{,}25\ \lambda$ dal primo ventre di corrente (primo nodo di tensione) , cioè a 0,428/4 m = 0,107 m = 10,7 cm dal carico.

2) Determinazione del punto d'inserzione (D) dello stub in cortocircuito
A partire dal punto P, con apertura di compasso pari alla distanza di P dal centro del diagramma di Smith, si descrive in senso orario (spostandosi dal carico verso il generatore) un arco di circonferenza che termina nel punto Q d' intersezione con la circonferenza a conduttanza costante g = 1 (corrispondente alla circonferenza relativa all' ammettenza caratteristica Yo = 0,02 S). Nel punto Q la linea presenta la conduttanza normalizzata g = 1 , e la suscettanza normalizzata +jb = + j 0,7 , che corrisponde alla suscettanza B = +j bYo = + j 0,7 x 0,02 = +j 0,014 S.
Per individuare il punto D = PQ , si misura la lunghezza dell' arco PQ rispetto alla lunghezza d'onda $\lambda = 0{,}428$ m. Si ottiene così D = $0{,}348\ \lambda - 0{,}25\ \lambda = 0{,}098\ \lambda =$
= 0,098 x 0,428 m = 0,042 m = 4,2 cm. Pertanto lo stub va inserito nel punto Q, alla distanza di 4,2 cm dal carico (punto P).

3) Determinazione della lunghezza (L) dello stub in cortocircuito
Per neutralizzare la suscettanza normalizzata (-jb = -j 0,7) della linea nel punto Q d'inserzione dello stub, bisogna individuare la circonferenza a reattanza costante +jb = +j 0,7 . Prolungando la parte terminale dell'arco della suddetta circonferenza, si individuano il punto S e l'arco MS, che corrisponde alla lunghezza L dello stub.

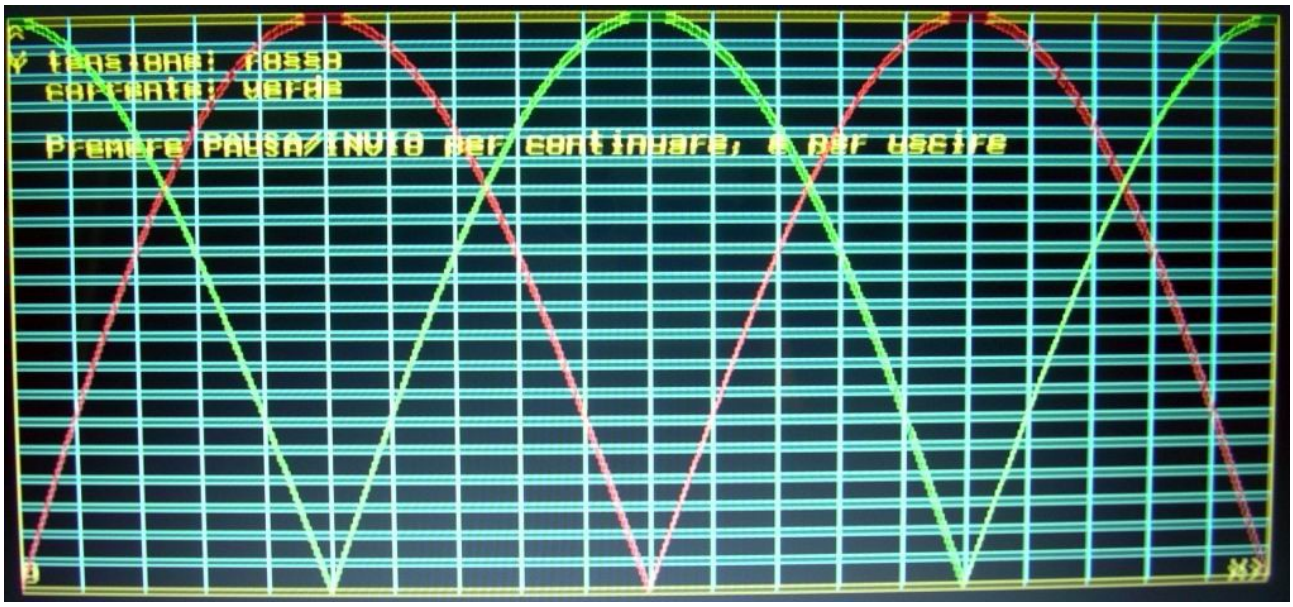
In corrispondenza di S si legge il valore 0,098 λ; pertanto la lunghezza dell' arco MS compreso tra il punto M di cortocircuito (punto di impedenza nulla o ammettenza infinita) ed il punto S è $L = 0{,}25\ \lambda + 0{,}098\ \lambda = 0{,}348\ \lambda = 0{,}348 \times 0{,}428$ m = 0,149 m = 14,9 cm. Occorre pertanto realizzare uno stub in cortocircuito con una lunghezza di 14,9 cm.

CASI PARTICOLARI

1) LINEA NON DISSIPATIVA APERTA (A VUOTO) ($Z_L = \infty$)

Si ha la riflessione totale delle onde di tensione e di corrente.
$\rho = 1$; ROS = $(1+1)/(1-1) = \infty$
Poichè l'onda riflessa di corrente Ir è in opposizione di fase con l'onda diretta di corrente Id , mentre l'onda riflessa di tensione Vr è in fase con l' onda diretta di tensione Vd, si formano un nodo di corrente (Imin = Id - Ir = 0) ed un ventre di tensione (Vmax = Vd + Vr = 2Vd).

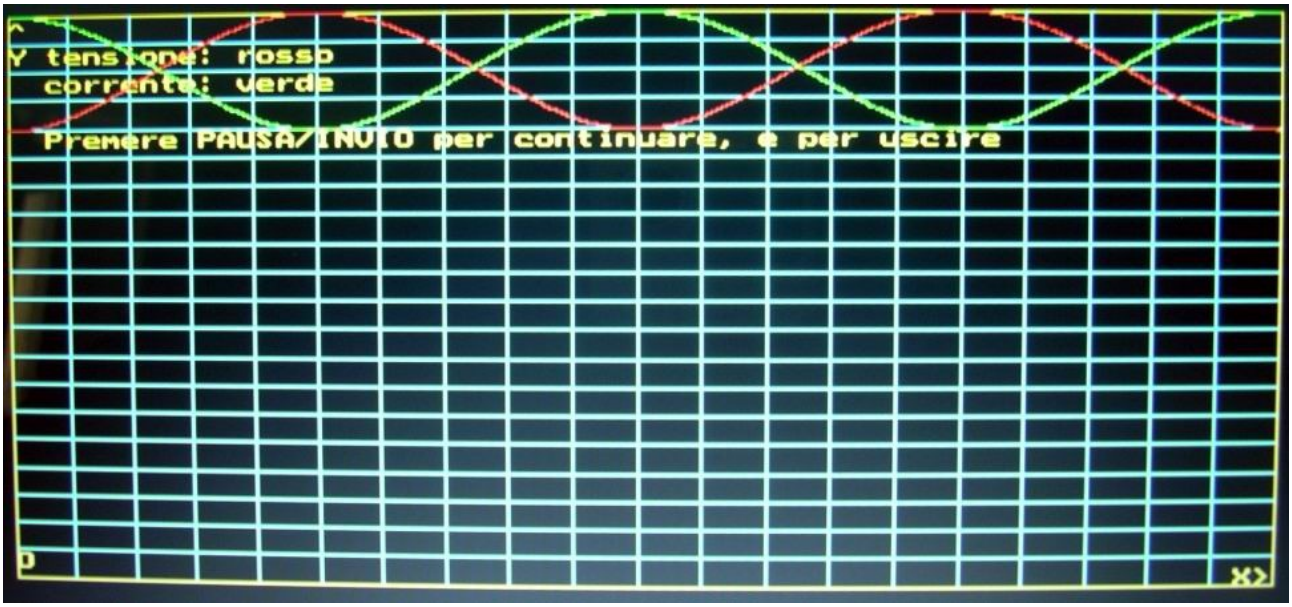
2) LINEA NON DISSIPATIVA CHIUSA IN CORTOCIRCUITO ($Z_L = 0$)



Si ha la riflessione totale delle onde di tensione e di corrente.
$\rho = 1$; $ROS = (1+1)/(1-1) = \infty$
Poichè l'onda riflessa di corrente Ir è in fase con l'onda diretta di corrente Id , mentre l'onda riflessa di tensione Vr è in opposizione di fase con l' onda diretta di tensione Vd, si formano un ventre di corrente (Imax = Id + Ir = 2 Id) ed un nodo di tensione (Vmin = Vd - Vr = 0).

3) LINEA NON DISSIPATIVA CON PICCOLO DISADATTAMENTO DI IMPEDENZA

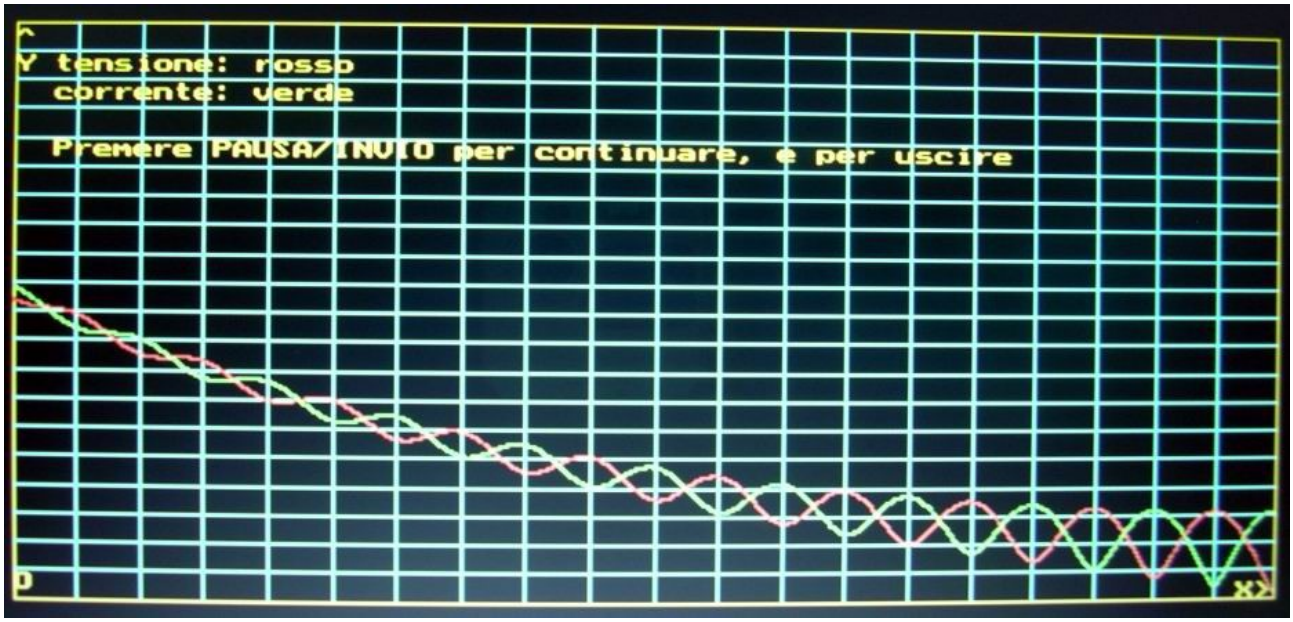
ROS = Vmax/Vmin = Imax /Imin = 20/16 = 1,25;
$\rho = (ROS -1)/(ROS +1) = (1,25 -1)/(1,25 +1) = 0,111$



4) LINEA DISSIPATIVA CON LIEVE DISADATTAMENTO DI IMPEDENZA

ROS ≈ 1 all' ingresso della linea;
ROS ≈ 3/2 = 1,5 all' uscita della linea

4) LINEA DISSIPATIVA CON NOTEVOLE DISADATTAMENTO DI IMPEDENZA



ROS ≈ 11/9,5 = 1,157 all' ingresso della linea;
ROS ≈ 3/0,5= 6 all' uscita della linea