M091 - ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE

Indirizzo: ELETTRONICA E TELECOMUNICAZIONI

CORSO DI ORDINAMENTO

Sessione ordinaria 2001

Tema di:SISTEMI ELETTRONICI AUTOMATICI

Testo valevole per i corsi di ordinamento e per i corsi di progetto "SIRIO" – Indirizzo Elettronica e Telecomunicazioni

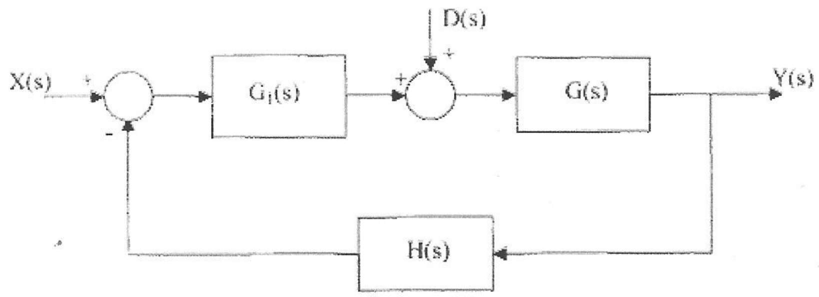
Il candidato scelga e sviluppi il seguente tema:

Dalle misure eseguite con un segnale sinusoidale su di un impianto si è verificato che esso:

1. è soggetto in ingresso ad un disturbo additivo non controllabile;
2. presenta una piccola variazione dei parametri durante il funzionamento;
3. si comporta come un sistema lineare la cui funzione di trasferimento è

$$G(s)=\frac{200}{[s(s+10)(s+20)]}$$

Per un corretto funzionamento del sistema si progetta un controllo a retroazione secondo lo schema di figura, dove $G_1(s)$ è un amplificatore con guadagno costante k da determinare e H(s) = 1 è un collegamento di retroazione unitaria:



Per attenuare gli effetti sia del disturbo che delle variazioni dei parametri si impongono le seguenti specifiche valide nell'intervallo 0 <= ω <= 10 rad/s:

1. il modulo del rapporto in decibel fra il disturbo in uscita Yn(jω) e il disturbo D (jω) in ingresso deve essere minore di - 20 dB;

2. il modulo della sensibilità parametrica $S_G(j\omega)$ rispetto alla funzione $G(j\omega)$ deve essere $\leq$-10dB .

Il candidato, formulate le ipotesi aggiuntive che ritiene opportune:

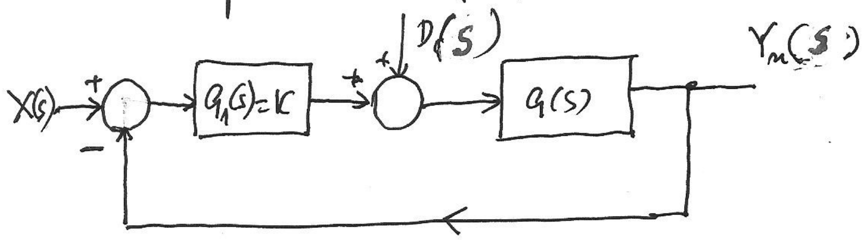
A. individui il tipo di sistema;

B. determini il valore di k necessario affinché la funzione di trasferimento ad anello aperto soddisfi le specifiche 1 e 2;

C. determini la correzione da apportare affinché:
   a) la funzione di trasferimento d'anello aperto soddisfi le specifiche I e 2;
   b) il sistema controreazionato sia stabile;

D. progetti una o più reti correttrici da sostituire in cascata, al posto del blocco $G_I(s)$, al fine di stabilizzare il sistema.

Se si pone $X(S)=0$, si ottiene:



$H(s)=1$

$$Y_m(s) = G(s)\left[D(s) - Y_m(s)K\right]$$

$$Y_m(s) = G(s)D(s) - G(s)K\,Y_m(s)$$

$$Y_m(s) + G(s)K\,Y_m(s) = G(s)D(s)$$

$$Y_m(s)\left[1 + K\,G(s)\right] = G(s)D(s)$$

$$\frac{Y_m(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1+K\,G(s)} = \frac{\dfrac{200}{s(s+10)(s+20)}}{1+\dfrac{200 \cdot K}{s(s+10)(s+20)}} =$$

$$= \frac{\dfrac{200}{\cancel{s(s+10)(s+20)}}}{\dfrac{s(s+10)(s+20)+200K}{\cancel{s(s+10)(s+20)}}} = \frac{200}{s(s+10)(s+20)+200K}$$

$\left|\dfrac{Y_m(S)}{D(S)}\right|$ è massimo per $s=0$ ed è pari a $\dfrac{200}{200K} = \dfrac{1}{K}$

Pertanto si ha:

$$20\log_{10}\left|\frac{Y_m(0)}{D(0)}\right| = 20\log_{10}\frac{1}{K} \leq -20\,dB$$

$$\cancel{20} \log_{10} \frac{1}{K} \leq -\cancel{20} \text{ dB}$$

$$\log_{10} \frac{1}{K} \leq -1 \; ; \quad \frac{1}{K} \leq 10^{-1} = 0{,}1$$

$$K \geq \frac{1}{0{,}1} = 10$$

2) Se $G_{ac}(s) = \dfrac{G_1(s)G(s)}{1+G_1(s)G(s)H(s)} = \dfrac{KG(s)}{1+KG(s)}$

(funzione di anello chiuso)

$$\frac{dG_{ed}(s)}{dG(s)} = \frac{d}{dG}\left[\frac{KG}{1+KG}\right] = \frac{(KG+1)K - KG\cdot K}{(1+KG)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{KGK} + KG - \cancel{KGK}}{(1+KG)^2}$$

$$\frac{dG_{ac}}{dG} = \frac{K}{(1+KG)^2} \; ; \quad dG_{ac} = \frac{K\,dG}{(1+KG)^2}$$

$$G_{ac} = \frac{KG}{1+KG} \; ;$$

$$\frac{dG_{ac}}{G_{ac}} = \frac{dG}{G}\left(\frac{1}{1+KG}\right) \leftarrow S_G$$

sensibilità parametrica rispetto a $G(s)$

$$S_G(s) = \frac{1}{1+KG} = \frac{1}{1+\dfrac{200K}{s(s+10)(s+20)}} =$$

$$= \frac{s(s+10)(s+20)}{s(s+10)(s+20)+200K}$$

$$|S_G(j\omega)| = \left|\frac{j\omega(j\omega+10)(j\omega+20)}{j\omega(j\omega+10)(j\omega+20)+200K}\right| =$$

$$= \frac{\omega\sqrt{10^2+\omega^2}\sqrt{20^2+\omega^2}}{\{[(j\omega)^2+j\omega\cdot 10](j\omega+20)+200K\}}$$

$$\left|S_q(j\omega)\right| = \frac{\omega\sqrt{10^2+\omega^2}\cdot\sqrt{20^2+\omega^2}}{(j\omega)^3+10(j\omega)^2+20(j\omega)^2+200j\omega+200K} =$$

$$= \frac{\omega\sqrt{10^2+\omega^2}\cdot\sqrt{20^2+\omega^2}}{\left|-j\omega^3-10\omega^2-20\omega^2+200j\omega+200K\right|} =$$

$$= \frac{\omega\sqrt{10^2+\omega^2}\ \sqrt{20^2+\omega^2}}{\sqrt{\left(200K-30\omega^2\right)^2+\left(200\omega-\omega^3\right)^2}}$$

Per considerare il caso peggiore, corrispondente al minimo valore di q, che determina il massimo valore del rapporto $\frac{dq}{q}$, si calcola $\left|S_q(j\omega)\right|$ per ~~la~~ massima pulsazione ω_{max} nell'intervallo $0 \leq \omega \leq 10$ rad/s, poiché $q(s)$ decresce al crescere di ω.

Per $\omega = 10$ rad/s

$$\left|S_q(j\omega)\right| = \frac{10\sqrt{100+100}\cdot\sqrt{400+100}}{\sqrt{(200K-3000)^2+(2000-1000)^2}} =$$

$$= \frac{10\sqrt{200}\cdot\sqrt{500}}{\sqrt{\left(2\cdot10^2K-3\cdot10^3\right)^2+10^6}} = \frac{10\sqrt{200}\cdot\sqrt{500}}{\sqrt{4\cdot10^4K^2+9\cdot10^6-12\cdot10^5K+10^6}}$$

$$20\log_{10}\left|S_q(j\omega)\right| = 20\log_{10}\left[\frac{10\sqrt{10^5}}{\sqrt{10^7+4\cdot10^4K^2-12K\cdot10^5}}\right] \leq 10\,\text{dB}$$

$$\log_{10}\left[\frac{10\sqrt{10^5}}{\sqrt{10^7+4\cdot10^4\cdot K^2-12\cdot K\cdot10^5}}\right] \leq -\frac{1}{2}\ ; \quad \frac{10\sqrt{10^5}}{\sqrt{10^7+4\cdot10^4K^2-12K\cdot10^5}} \leq 10^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{10\sqrt{10^5}}{\sqrt{10^7+4\cdot10^4\cdot K^2-12\cdot K\cdot 10^5}} \le \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{100\cdot 10^5}{10^7+4\cdot10^4\cdot K^2-12K\cdot10^5} \le \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10^7+4\cdot10^4K^2-12K10^5} \le \frac{1}{10\cdot10^7}=\frac{1}{10^8}$$

$$10^8 \le 10^7+4\cdot10^4K^2-12\cdot K\cdot10^5$$

$$4\cdot10^4\cdot K^2-12\cdot10^5K+0{,}1\cdot10^8-10^8\ge 0$$

$$4\cdot10^4K^2-12\cdot10^5k-0{,}9\cdot10^8\ge 0$$

$$4K^2-12\cdot10K-0{,}9\cdot10^4\ge 0$$

$$4K^2-120K-9000\ge 0$$

$$K=\frac{120\pm\sqrt{120^2+9000\cdot16}}{8}=$$

$$=\frac{120\pm\sqrt{14400+144000}}{8}=\frac{120\pm\sqrt{158400}}{8}=$$

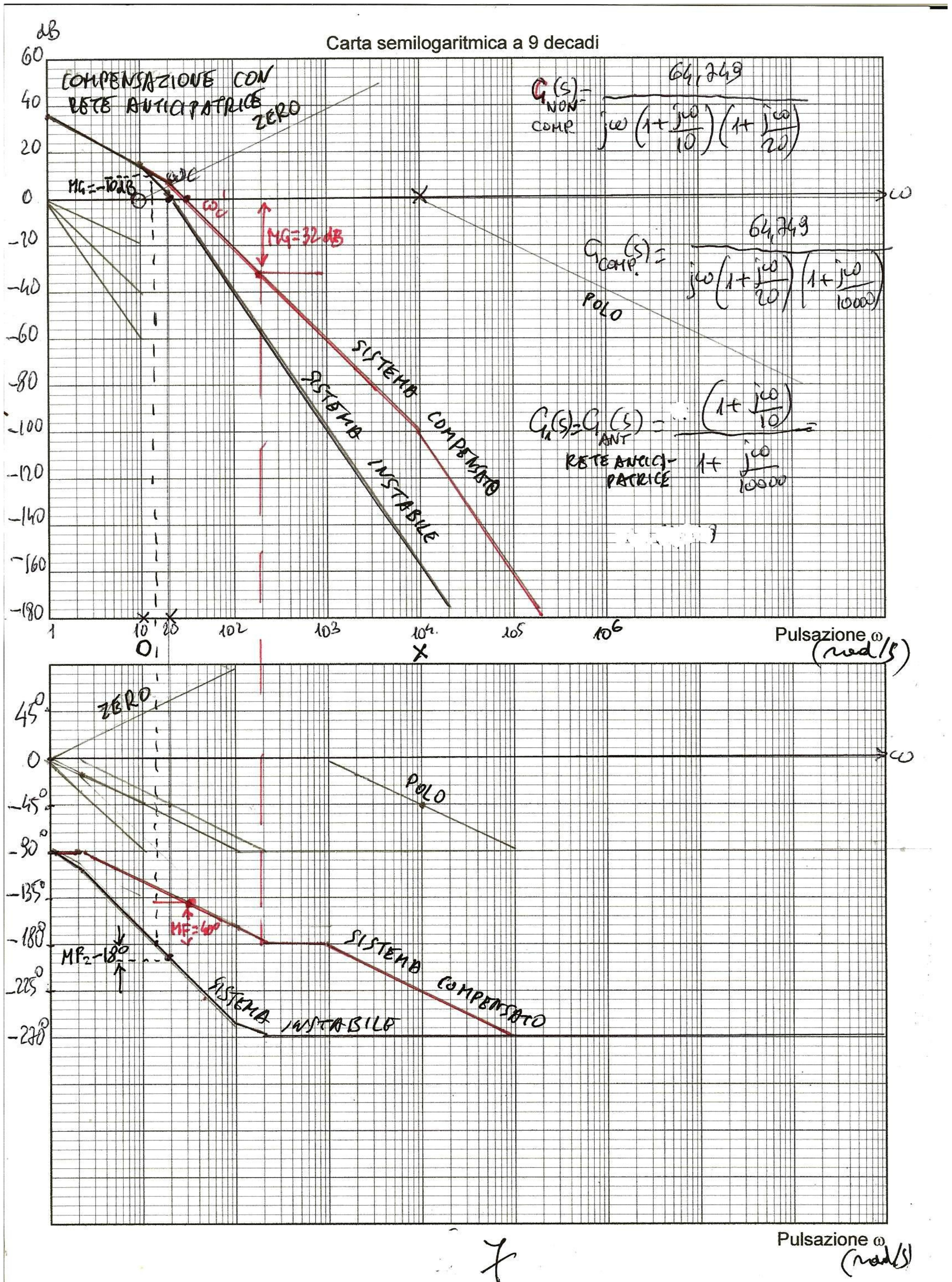
$$=\frac{120\pm 397{,}994}{8}$$

$$\frac{517{,}994}{8}=64{,}749$$

$$\frac{-277{,}994}{8}=-34{,}739$$

soluzione non accettabile.

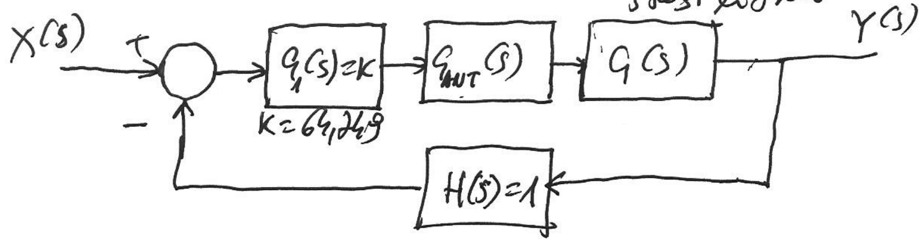
Pertanto deve essere $K\ge 64{,}749$, che soddisfa anche la condizione di cui al punto 1 ($k\ge10$)


Carta semilogaritmica a 9 decadi
dB
COMPENSAZIONE CON RETE ANTICIPATRICE
ZERO
POLO
MG=32 dB
MF=60°
MF₂-18°
SISTEMA COMPENSATO
SISTEMA INSTABILE
$G_{NON\ COMP}(s) = \frac{64,749}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{10}\right)\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)}$
$G_{COMP}(s) = \frac{64,749}{j\omega\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)\left(1+\frac{j\omega}{10000}\right)}$
$G_1(s) = G_{ANT}(s) = \frac{1+\frac{j\omega}{10}}{1+\frac{j\omega}{10000}}$
RETE ANTICIPATRICE
Pulsazione ω (rad/s)
Pulsazione ω (rad/s)

poiché i margini di stabilità $MG = -10\,dB$ e $MF = -18°$ sono entrambi negativi, il sistema è instabile.

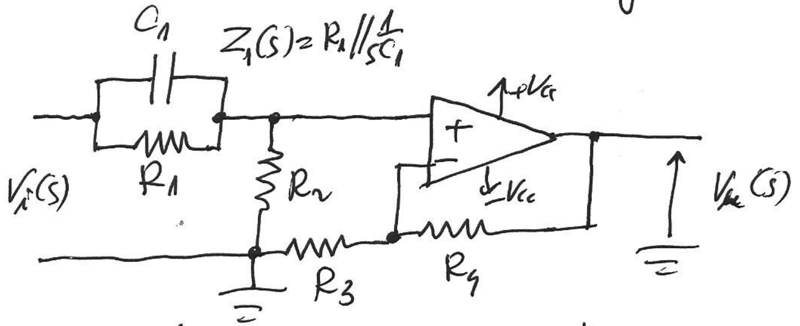
Per la presenza del ritardo di fase di $90°$ introdotto dal polo nell'origine, bisogna compensare il sistema con una rete anticipatrice con uno zero per $\omega = 10$ rad/s ed un polo per $\omega = 10^4$ rad/s

schema a blocchi del sistema stesso [illegible]



$$G_{ANT}(j\omega) = \frac{\cancel{64}\,\frac{j\omega}{10}}{1+\frac{j\omega}{10000}}$$

Dimensionamento della Rete anticipatrice attiva.



$$Z_1(s) = \frac{R_1/sC_1}{R_1+\frac{1}{sC_1}} = \frac{R_1}{R_1C_1s+1}$$

$$Z_2(s) = R_2$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)+Z_2(s)} \cdot \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right) =$$

$$= \frac{R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}{R_1/(R_1C_1s+1)+R_2} = \frac{R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}{\left(\frac{R_1}{R_1C_1s+1}+R_2\right)} =$$

$$= \frac{R_2\left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)}{\frac{R_1+R_2(R_1C_1s+1)}{(R_1C_1s+1)}} = \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\frac{R_2(R_1C_1s+1)}{R_1+R_2(R_1C_1s+1)} =$$

$$= \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\frac{R_2(R_1C_1s+1)}{R_1+R_2+R_1R_2C_1s} =$$

$$= \left(1+\frac{R_4}{R_3}\right)\frac{R_2(R_1C_1s+1)}{(R_1+R_2)\left[1+\frac{R_1R_2C_1s}{R_1+R_2}\right]}$$

$$s_z = -\frac{1}{R_1C_1}$$

$$s_p = -\frac{1}{\frac{R_1R_2C_1}{R_1+R_2}} = -\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C_1} = -\frac{1}{(R_1/\!/R_2)C_1}$$

$$\omega_z = \frac{1}{R_1C_1} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\omega_p = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2C_1} = 10^4 \text{ rad/s}.$$

Si pone $C_1 = 100\,nF = 10^{-7}F$

$$\frac{1}{\omega_z} = \frac{1}{10} = R_1C_1 \quad ; \quad R_1C_1 = \frac{1}{10}\ ; \quad R_1 = \frac{1}{10\,C_1} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-7}} = 10^6\,\Omega = 1M\Omega$$

$$\frac{1}{\omega_p} = \frac{1}{10^4} = (R_1/\!/R_2)C_1 \quad ; \quad R_1/\!/R_2 = \frac{1}{10^4\,C_1} = \frac{1}{10^4 \cdot 10^{-7}} = 10^3\,\Omega = 1k\Omega$$

$$R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 10^3 \Omega \quad \text{con} \quad R_1 = 1M\Omega = 10^6 \Omega .$$

$$\frac{10^6 R_2}{10^6 + R_2} = 10^3 \; ; \quad 10^6 R_2 = 10^9 + 10^3 R_2$$

$$R_2 = \frac{10^9}{10^6 - 10^3} = \frac{10^9}{9{,}99 \cdot 10^5} = 1001 \Omega$$

Affinché la rete non introduca attenuazione per $s \to 0$ il prodotto

$$1 = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \text{ deve essere unitario.}$$

Essendo $\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{1001}{10^6 + 1001} = 9{,}999 \cdot 10^{-4}$,

deve essere $1 + \frac{R_4}{R_3} = \frac{1}{\frac{R}{R_1+R_2}} = \frac{1}{9{,}999 \cdot 10^{-4}} = 1000$

$$\frac{R_4}{R_3} = 1000 - 1 = 999$$

Si pone $R_3 = 100 \Omega$; $R_4 = 999 \cdot 100 \Omega = 99900 \Omega$.

I margini di fase del sistema compensato sono: $MG \simeq 32\,dB$ e $MF \simeq 40°$