

SISTEMA

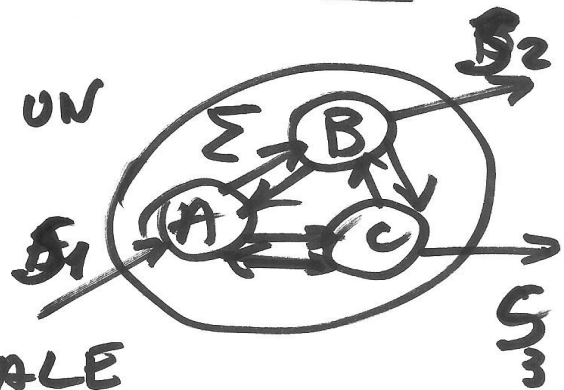
INSIEME DI COMPONENTI
CORRELATI FRA LORO PER
SVOLGERE UNA DETERMINATA
FUNZIONE

I COMPONENTI DI UN
SISTEMA
DEVONO ESSERE
CORRELATI TRA
LORO IN MODO TALE
DA INTERAGIRE

SCAMBIANDO MATERIA, ENERGIA,
INFORMAZIONE

A, B, C: COMPONENTI
DEL SISTEMA Σ

S_1, S_2, S_3 VARIABILI D'INGRESSO/USCITA
(SEGNALI DI TENSIONE,
PRESSIONE, INFORMAZIONE ALFANUMERICA)



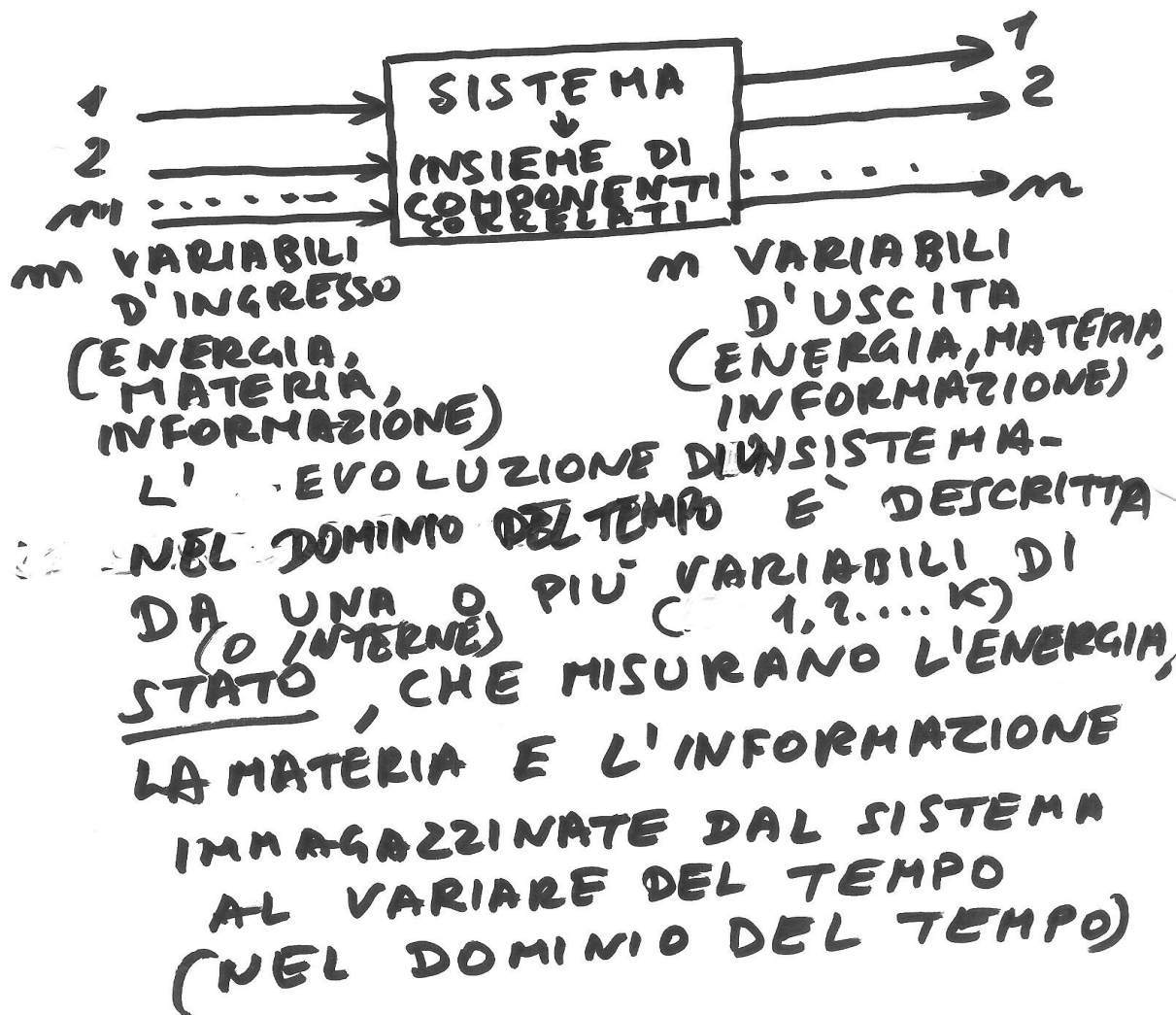
RICHE

2

UN
SEGNALE E' UNA VARIABILE
ELETTRICA (TENSIONE, CORRENTE,
RESISTENZA)

O MECCANICA (FORZA, PRESSIONE,
VELOCITA', ACCELERAZIONE)

ELEMENTI DI TEORIA DEI SISTEMI 3



CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI 4 IN BASE ALL' ORIGINE

NATURALI, ARTIFICIALI, MISTI

↓
SISTEMA SOLARE

↓
SISTEMI DI DISTRIBUZIONE
DELL' ENERGIA ELETTRICA,
DELL' GAS

↓
RETE DI COMPUTER

↓
RETE TELEFONICA

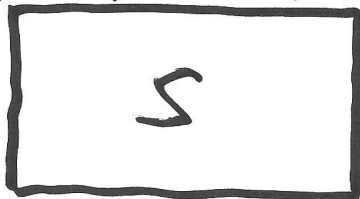
CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI IN BASE AI PARAMETRI DEI COMPONENTI

- + INVARIANTI O STAZIONARI
 - PARAMETRI COSTANTI -
(COSTANTE DI UNA MOLLA)
- VARIANTI
 - PARAMETRI VARIABILI
NEL TEMPO
 - NUMERO DEI COMPUTER
COLLEGATI A INTERNET

CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI 5

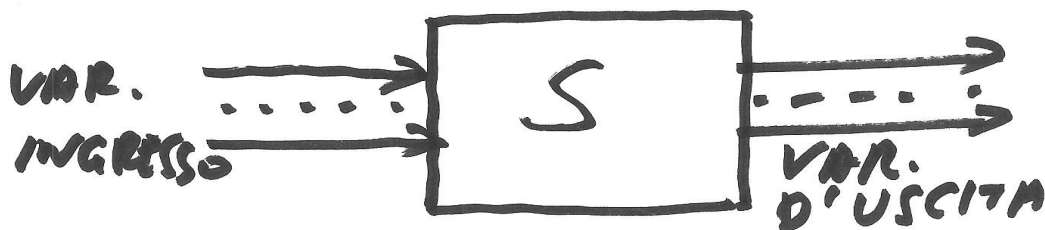
1) RISPETTO ALLE VARIABILI

a) CHIUSO, SE NON SCAMBIA
NE' ENERGIA, NE' MATERIA, NE'
INFORMAZIONE CON
L'AMBIENTE
ESTERNO



SI CONSIDERANO SOLTANTO VARIABILI
DI STATO

b) APERTO



c) CON MEMORIA, SE E' IN
GRADO DI IMMAGAZZINARE
MATERIA, ENERGIA, INFORMAZIONE
E' DESCRITTO MEDIANTE VARIABILI
DI STATO

6
d) SENZA MEMORIA, SE NON E'
IN GRADO DI IMMAGAZZINARE
NE' MATERIA, NE' ENERGIA,
NE' INFORMAZIONE.

NON SONO PRESENTI VARIABILI
DI STATO ***

2) RISPETTO ALLA DIPENDENZA
DELLE VARIABILI DAL
TEMPO

a) DINAMICO, SE UNA O PIU'
VARIABILI (D'INGRESSO, D'USCITA,
DI STATO) DIPENDONO DAL
TEMPO

b) STATICO, SE NESSUNA DELLE
VARIABILI DIPENDE DAL
TEMPO.

3) RISPETTO AI VALORI ASSUMTI
DALLE VARIABILI NEL DOMINIO
DEL TEMPO

a) CONTINUO (O ANALOGICO),
SE LE VARIABILI DIPENDONO
DAL TEMPO ASSUMENDO TUTTI I
VALORI POSSIBILI IN UN
DATO INTERVALLO DI VARIABILITÀ
(RANGE)

b) DISCRETO, SE È DESCRITTO
DA VARIABILI CHE
VARIANO DISCONTINUAMENTE
NEL DOMINIO DEL TEMPO,
ASSUMENDO SOLTANTO UN
NUMERO FINITO DI VALORI
(L'INSIEME ^{DEL VALORI ASSUMTI} DELLE VARIABILI È
NUMERABILE)

IL MODELLO DI UN SISTEMA

8

SERVE A RAPPRESENTARE
SIMBOLICAMENTE IL
COMPORTAMENTO DEL SISTEMA
(NEL DOMINIO DEL TEMPO
E STUDIO DELLE CARATTERISTICHE
FUNZIONALI)

MODELLO

MATEMATICO

DETERMINISTICO

↓
SISTEMA
MASSA-MOLLA
CIRCUITO
RC

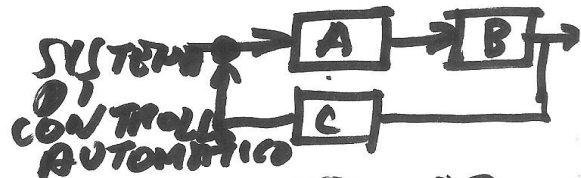
SISTEMA TERMICO
(DI CONDIZIONAMENTO)
CLIMATIZZAZIONE

STOCASTICO
(PROBABILISTICO)

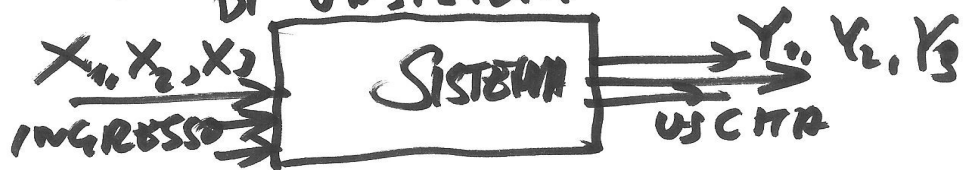
RETE DI PC
RETE TELEFONICA

GRAFICO
UTILIZZA
SCHEMI A
BLOCCHI

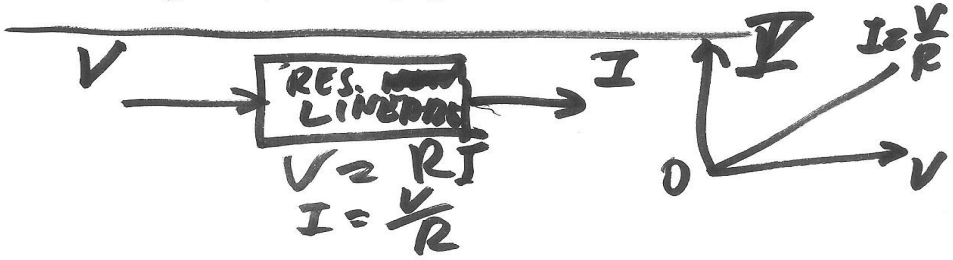
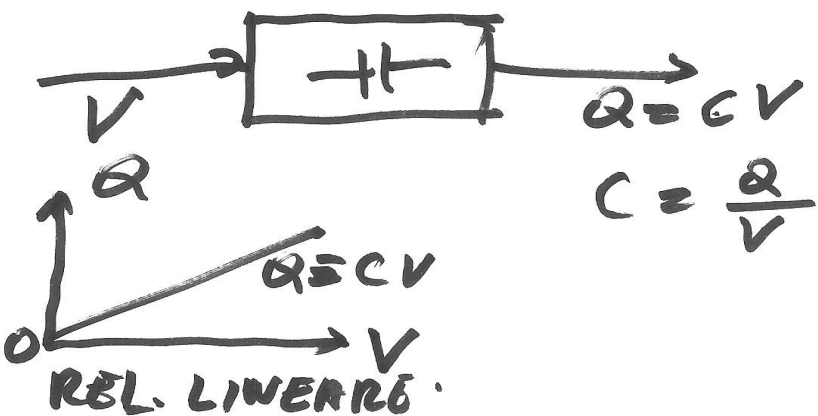
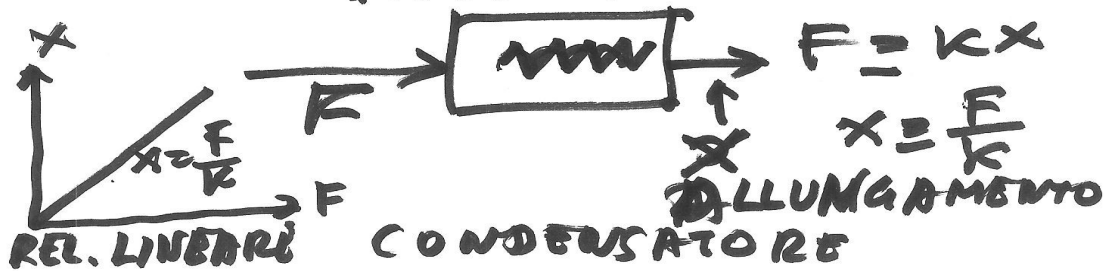
E GRAFI
DI TRANSIZIONE



RELAZIONE INGRESSO-USCITA DI UN SISTEMA

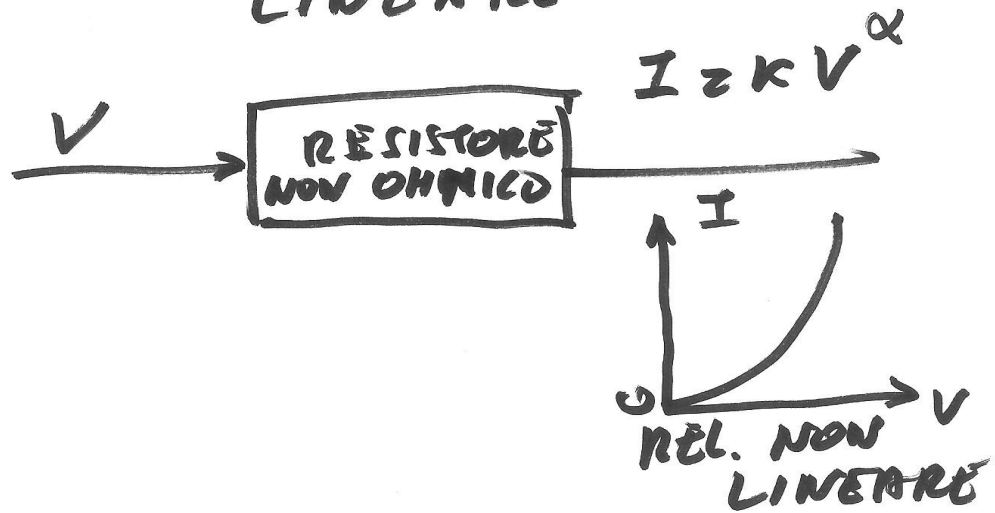


DI UN COMPONENTE CASO PIU' SEMPLICE MOLLA CON COSTANTE K



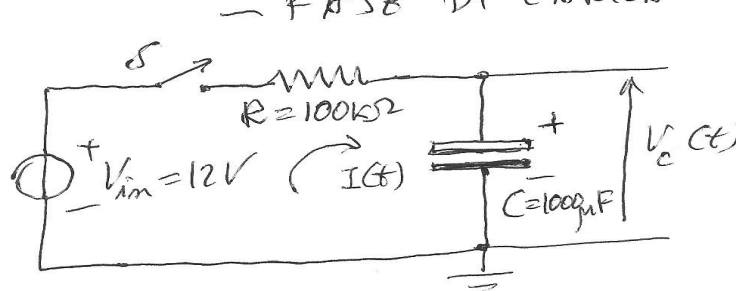
RELAZIONE NON
LINEARE

10



MODELLO INCREMENTALE DI UN CIRCUITO RC 11

- FASE DI CARICA -



$$\tau = RC = 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} = 10^{-2} \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

$$V_c(0) = 0$$

$$I(0) = \frac{V_{im}}{R}$$

2^a legge di Kirchhoff.

$$V_{im} - V_c(t) = R I(t)$$

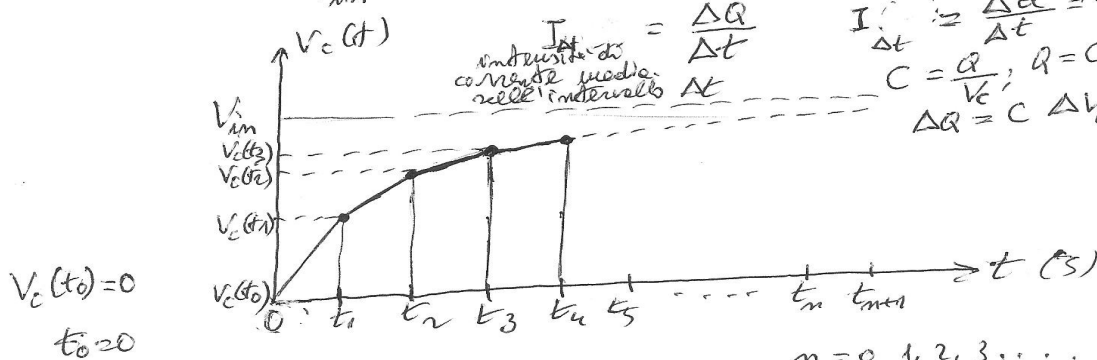
$$I(t) = \frac{dQ}{dt} \text{ intensità di corrente}$$

$$I_{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \text{ intensità di corrente media nell'intervallo } \Delta t$$

$$I_{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t}$$

$$C = \frac{Q}{V_c}, Q = C V_c$$

$$\Delta Q = C \Delta V_c$$



Passaggio dal continuo al discreto, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$1) \Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n ; 3) \Delta Q(t_{n+1}) = Q(t_{n+1}) - Q(t_n) = C V(t_{n+1}) - C V(t_n)$$

$$2) Q(t_{n+1}) = C V(t_{n+1})$$

$$Q(t_n) = C V(t_n)$$

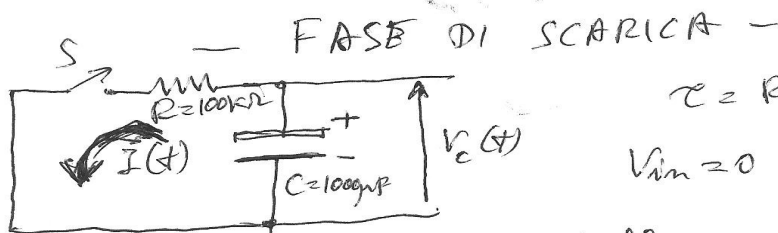
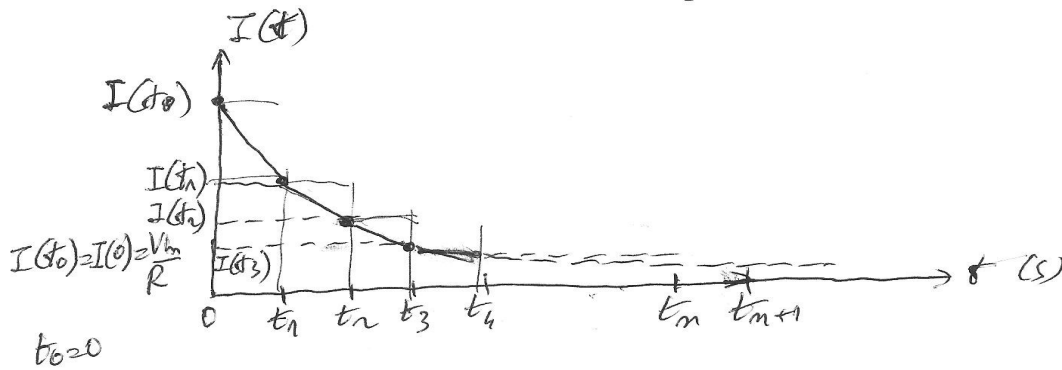
$$4) I(t_n) = \frac{\Delta Q(t_{n+1})}{\Delta t_{n+1}} = \frac{C V(t_{n+1}) - C V(t_n)}{\Delta t_{n+1}}$$

$$V_{im} - V_c(t_n) = R I(t_n) = R \frac{C V_c(t_{n+1}) - C V_c(t_n)}{t_{n+1} - t_n}$$

$$[V_{im} - V_c(t_n)] (t_{n+1} - t_n) = RC V_c(t_{n+1}) - RC V_c(t_n)$$

$$RC V_c(t_{n+1}) = RC V_c(t_n) + [V_{im} - V_c(t_n)] (t_{n+1} - t_n)$$

$$8) \quad V_c(t_{n+1}) = V_c(t_n) + \frac{[V_{in} - V_c(t_n)]}{RC} (t_{n+1} - t_n)$$



$$\tau = RC = 100s$$

$$V_{in} = 0 \quad V_c(0) = V_{in}$$

2° legge di Kirchhoff

$$I(t) = -\frac{V_c(t)}{R} \quad 0 - V_c(t) = R I(t)$$

Passaggio dal continuo al discreto.

$$I(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$I_{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{C \Delta V_c}{\Delta t}$$

$$\Delta Q = C \Delta V_c$$

$$I(t_n) = \frac{\Delta Q(t_{n+1})}{\Delta t_{n+1}} =$$

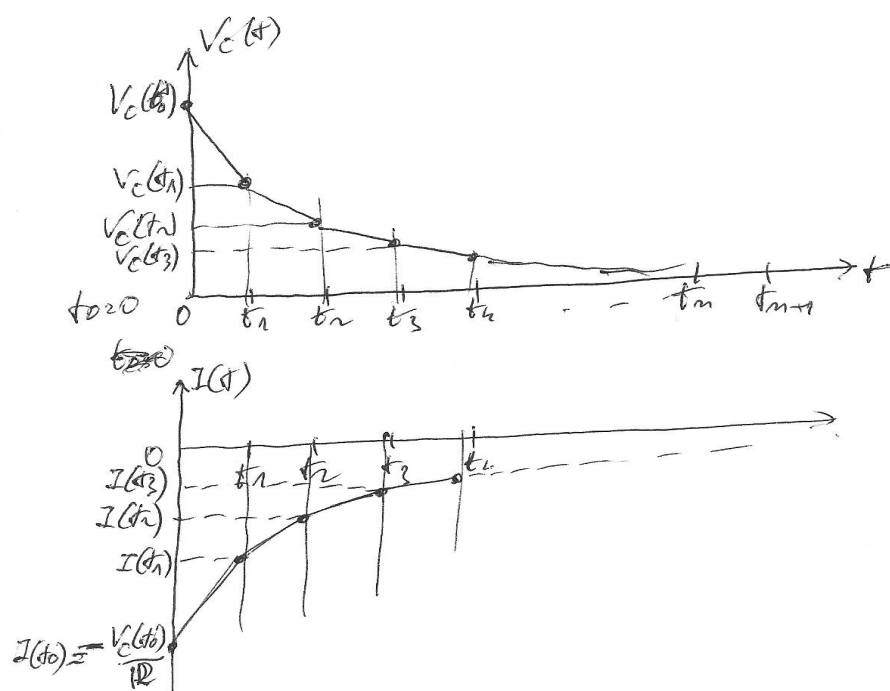
$$= \frac{C [V_c(t_{n+1}) - V_c(t_n)]}{\Delta t_{n+1}}$$

$$1) \quad -V_c(t_n) = R I(t_n) = \frac{RC [V_c(t_{n+1}) - V_c(t_n)]}{t_{n+1} - t_n}$$

$$2) \quad -V_c(t_n) \cdot (t_{n+1} - t_n) = RC [V_c(t_{n+1}) - V_c(t_n)]$$

$$3) \quad RC V_c(t_{n+1}) = RC V_c(t_n) - V_c(t_n) (t_{n+1} - t_n)$$

$$4) \quad V_c(t_{n+1}) = V_c(t_n) - \frac{V_c(t_n) (t_{n+1} - t_n)}{RC}$$



MODELLO MATEMATICO
DISCRETIZZAZIONE (DETERMINISTICO)

14

DELLE VARIABILI PER LA SIMULAZIONE
CON EXCEL. (SISTEMA TEMPO-DISCRETO)

$$1) V_{im} - V_c(t_m) = R I(t_m) = R \frac{\Delta Q(t_{m+1})}{\Delta t_{m+1}}$$

EQ. INGR-USCITA

$$\Delta Q(t_{m+1}) = Q(t_{m+1}) - Q(t_m)$$

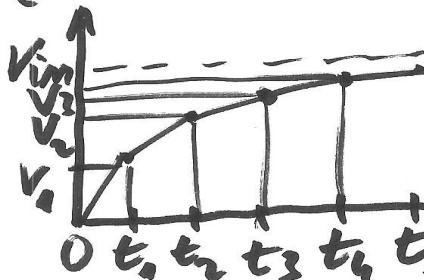
$$\Delta t_{m+1} = t_{m+1} - t_m; \Delta V_c(t_{m+1}) = V_c(t_{m+1}) - V_c(t_m)$$

$$2) I(t_m) = C \frac{\Delta V_c(t_{m+1})}{\Delta t_{m+1}}$$

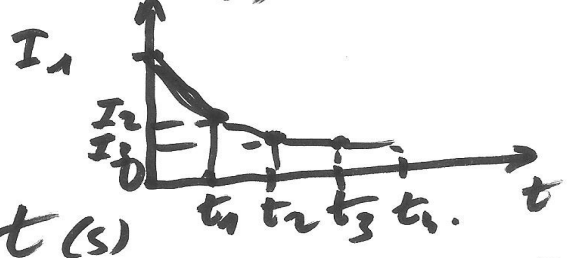
$$3) Q(t_m) = C V_c(t_m); Q(t_{m+1}) = C V_c(t_{m+1})$$

$$\Delta Q(t_{m+1}) = C V_c(t_{m+1}) - C V_c(t_m) = C \Delta V_c(t_{m+1})$$

$V_c(t)$



$I(t)$



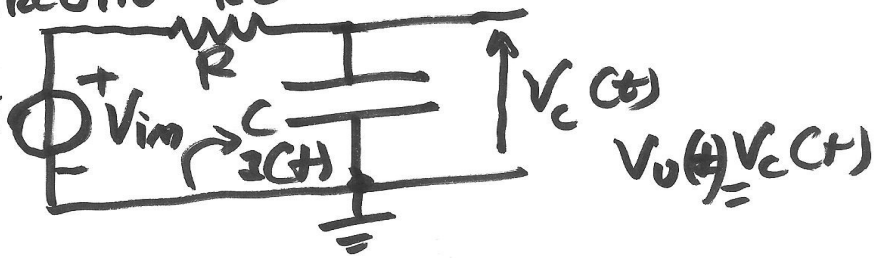
$$4) V_{im} - V_c(t_m) = R C \frac{\Delta V_c(t_{m+1})}{\Delta t_{m+1}} = \frac{RC [V_c(t_{m+1}) - V_c(t_m)]}{t_{m+1} - t_m}$$

$$5) V_c(t_{m+1}) - V_c(t_m) = [V_{im} - V_c(t_m)] \frac{(t_{m+1} - t_m)}{RC}$$

$$V_c(t_{m+1}) = V_c(t_m) + [V_{im} - V_c(t_m)] (t_{m+1} - t_m) / RC$$

RELAZIONE INGRESSO-USCITA DI UN 15 CIRCUITO RC

SISTEMA
INVARIANTE
↓
PARAMETRI
R, RC
COSTANTI



$$1) \quad V_{im} = R I(t) + V_c(t)$$

↑
PARAMETRO

$$2) \quad I(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ(t)}{dt}$$

INTENSITA' Istantanea

(DERIVATA di Q(t) RISPETTO AL TEMPO)

$$3) \quad Q(t) = C V_c(t)$$

↑
PARAMETRO

$$4) \quad I(t) = \frac{d[C V_c(t)]}{dt} = C \frac{dV_c(t)}{dt}$$

$$V_{im} = RC \frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t)$$

MODELLO → EQUAZIONE DIFFERENZIALE
LIBERE LINEARE IN
 $V_c(t)$ e $\frac{dV_c(t)}{dt}$

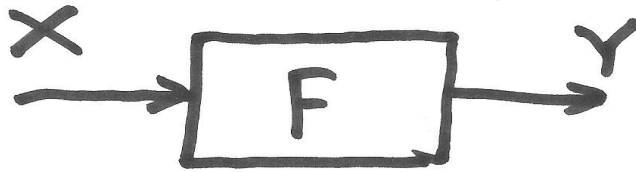
MODELLO INCREMENTALE DI UN CIRCUITO RC

PARAMETRI:

TENSIONE CONTINUA APPLICATA ALL' INGRESSO DEL CIRCUITO	Vin (V):	12
RESISTENZA	R (Ω):	47000
CAPACITA'	C (F):	1,00E-003
TENSIONE INIZIALE AI CAPI DEL CONDENSATORE	Vco (V):	40
INTENSITA' DI CORRENTE INIZIALE	Ic (A):	0
COSTANTE DI TEMPO DEL CIRCUITO	$\tau = RC$ (s):	47

EQUAZIONI DEL MODELLO MATEMATICO:

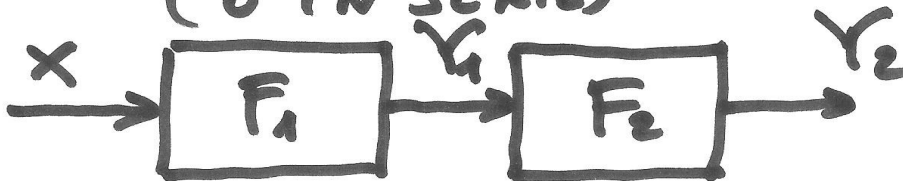
- 1) $V_{in} - V_c(t_n) = R I(t_n) = R \Delta Q(t_{n+1}) / \Delta t_n = RC \Delta V_c(t_{n+1}) / \Delta t_n$ con $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ e $\Delta V_c(t_{n+1}) = V_c(t_{n+1}) - V_c(t_n)$;
- 2) $I(t_n) = C \Delta V_c(t_{n+1}) / \Delta t_n$;
- 3) $V_c(t_{n+1}) = V_c(t_n) + [V_{in} - V_c(t_n)] (t_{n+1} - t_n) / (RC)$.



FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DI UN BLOCCO $F = \frac{Y}{X}$

$$F = \frac{\text{SEGNALE D'USCITA}}{\text{SEGNALE D'INGRESSO}}$$

BLOCCHI IN CASCATA
(O IN SERIE)

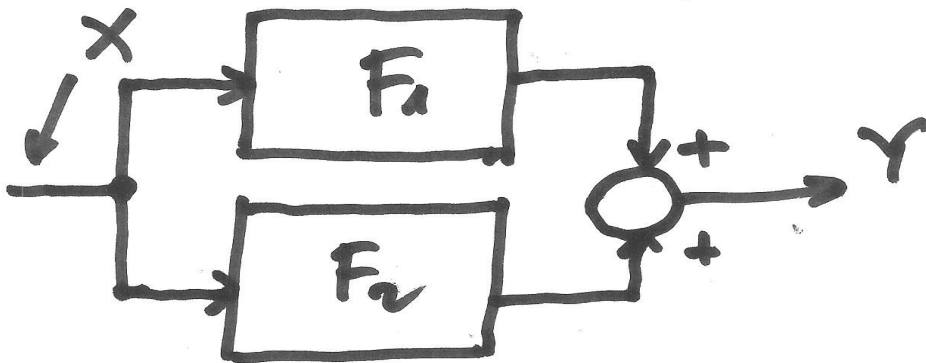


$$Y_2 = F_2 Y_1 = F_1 F_2 X$$

$$Y_1 = F_1 X$$

$$F_T = \frac{Y_2}{X} = F_1 F_2$$

BLOCCHI IN PARALLELO

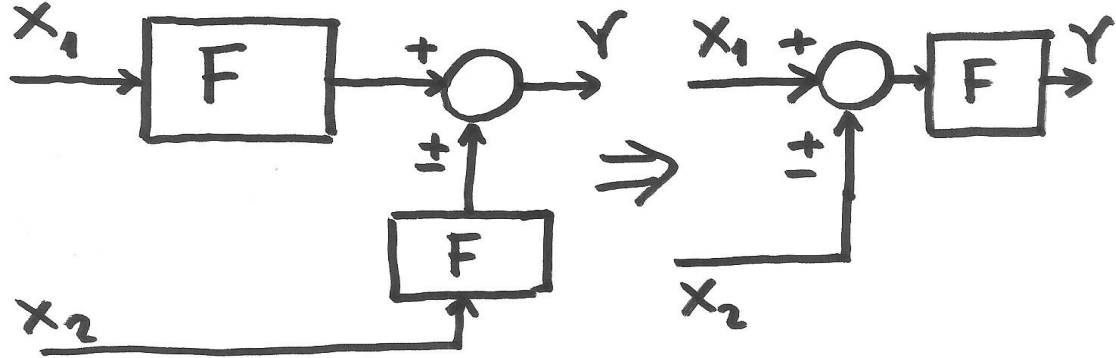


$$Y = F_1 X + F_2 X = (F_1 + F_2) X$$

$$F_T = \frac{Y}{X} = F_1 + F_2$$

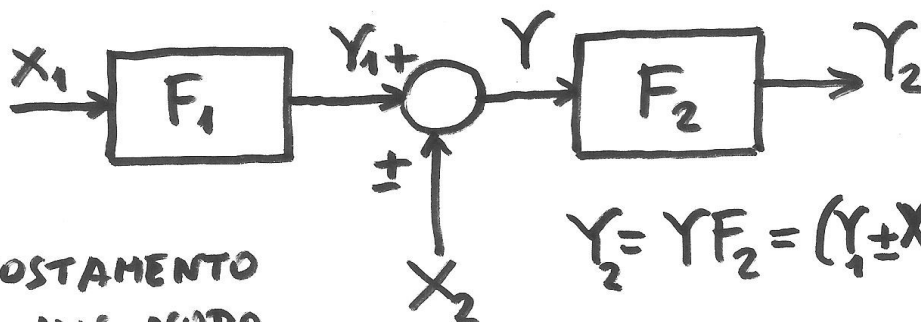
ALGEBRA DEGLI SCHEMI A BLOCCHI

a)



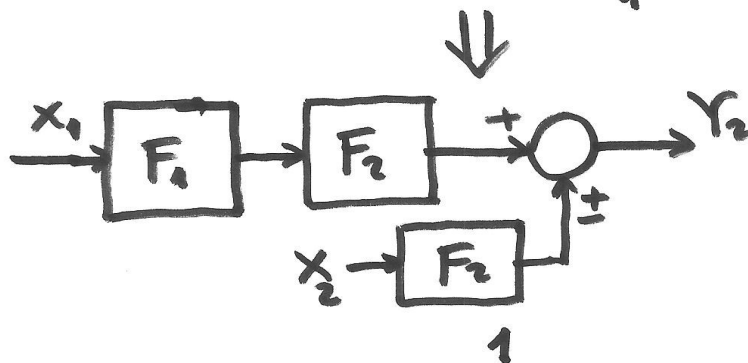
$$Y = X_1 F \pm X_2 F = (X_1 \pm X_2) F$$

b)



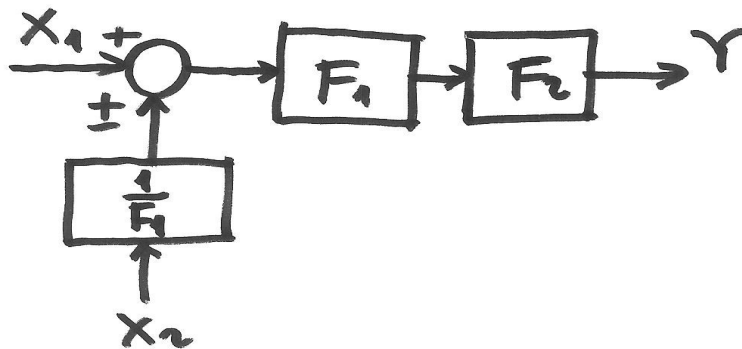
SPOSTAMENTO
DI UN NUDO

SOMMATTORE IN AVANTI = $(X_1 F_1 \pm X_2) F_2 =$
 $= X_1 F_1 F_2 \pm X_2 F_2$

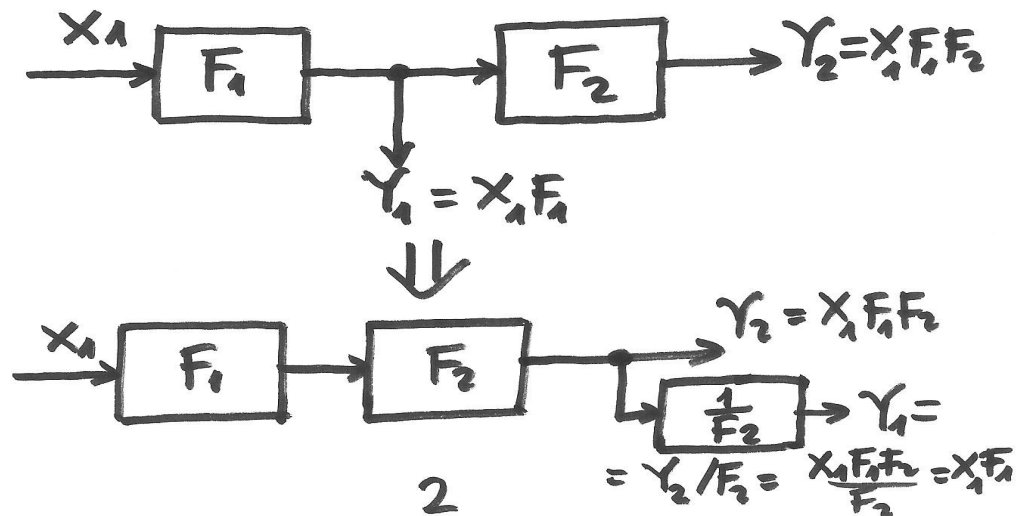


c) SPOSTAMENTO DI UN NODO SOMMATORE ALL' INDIETRO

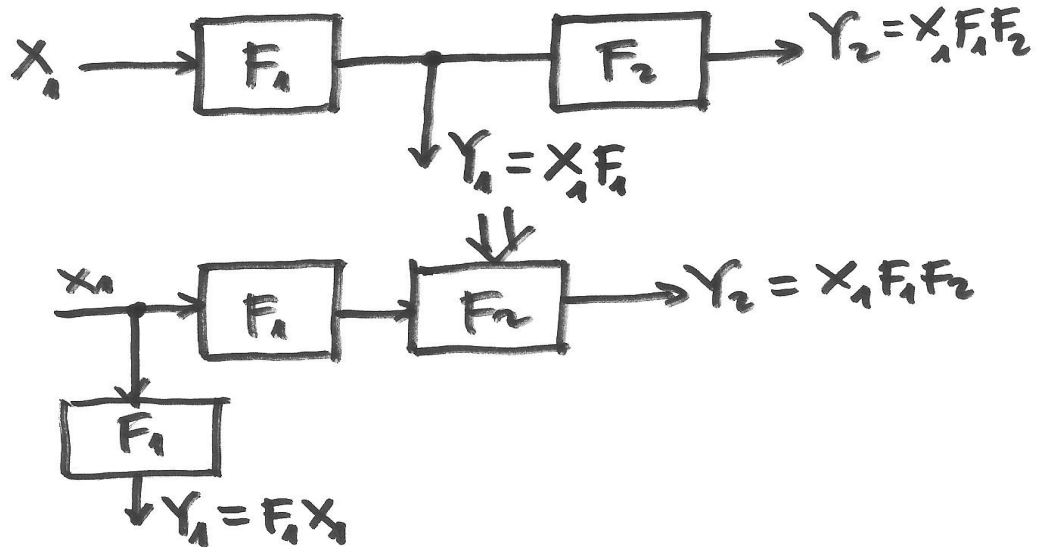
$$Y_2 = X_1 F_1 F_2 \pm X_2 F_2 = F_1 F_2 \left(X_1 \pm \frac{X_2}{F_1} \right)$$



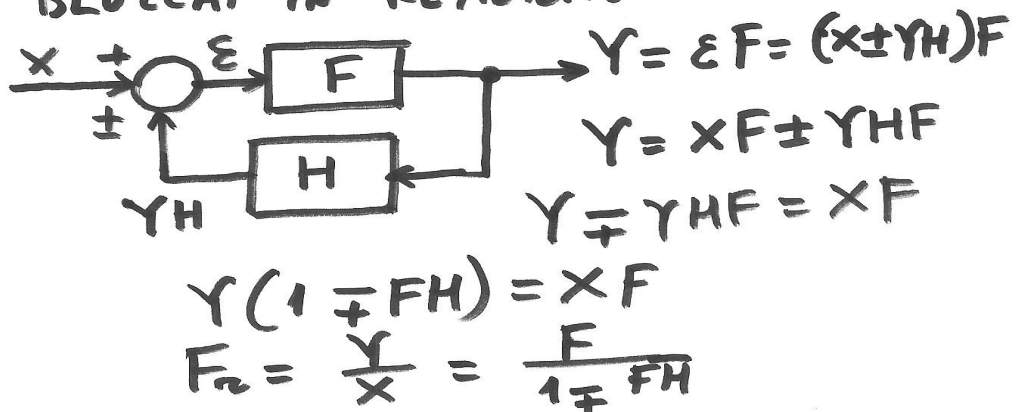
d) SPOSTAMENTO DI UN PUNTO DI DIRAMAZIONE IN AVANTI



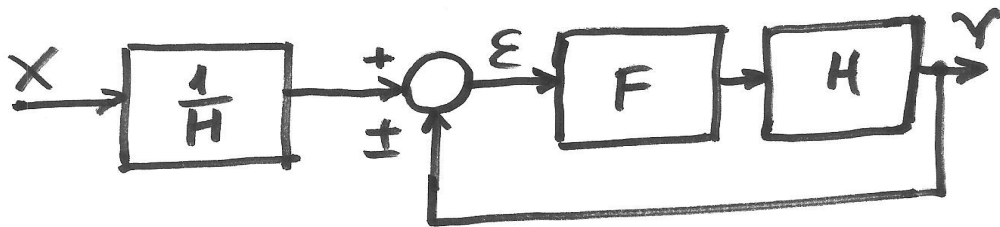
e) SPOSTAMENTO DI UN PUNTO DI DIRAMMAZIONE ALL'INDIETRO



f) BLOCCHI IN REAZIONE



g) SISTEMA EQUIVALENTE A QUELLO DI CUI AL PUNTO f), CON RETROAZIONE UNITARIA

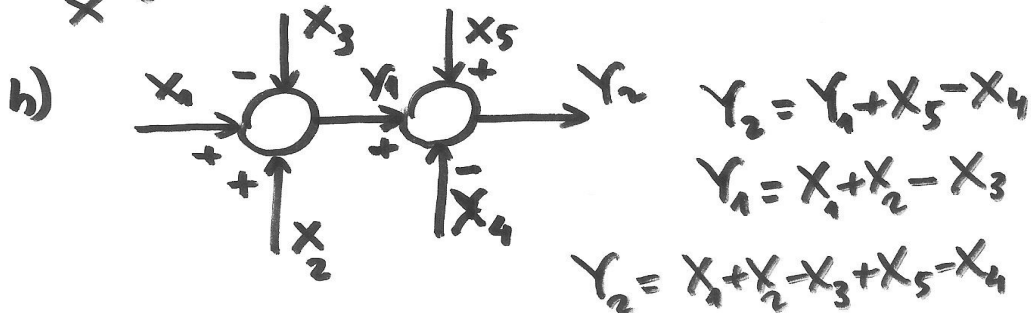


$$\varepsilon = \frac{X}{H} \pm Y$$

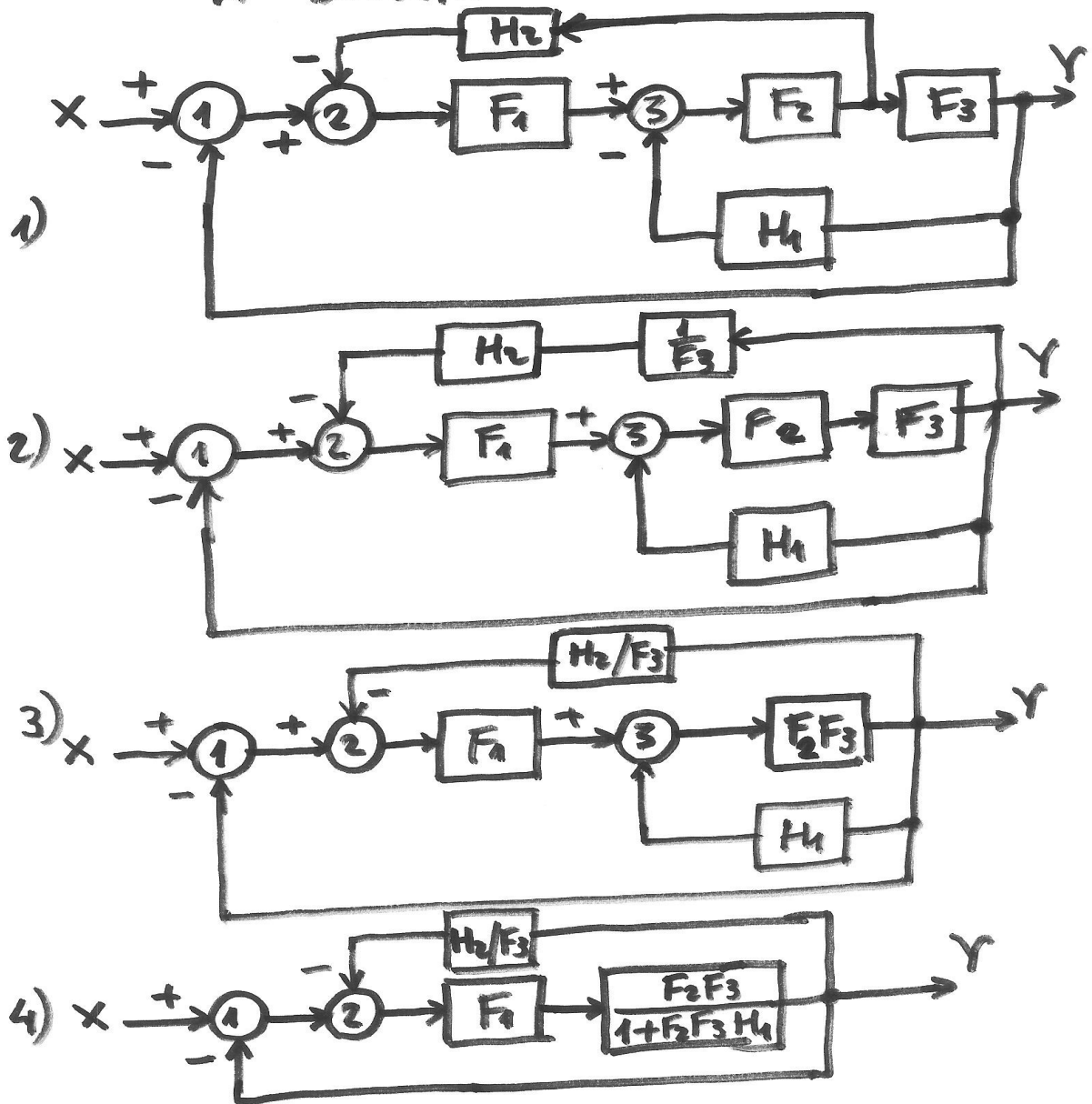
$$Y = FH \varepsilon = \left(\frac{X}{H} \pm Y \right) FH = XF \pm YFH$$

$$Y \mp YFH = XF; \quad F_n = \frac{Y}{X} = \frac{F}{1 \mp FH}$$

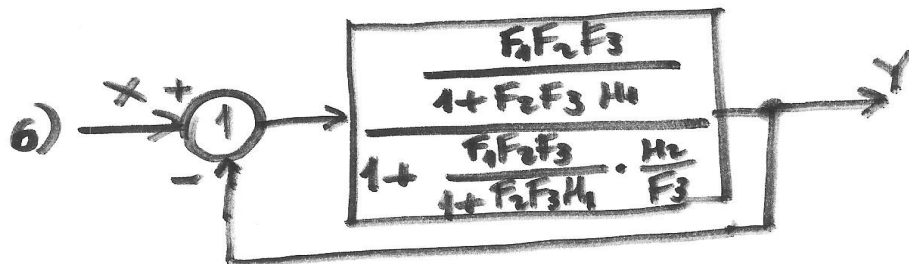
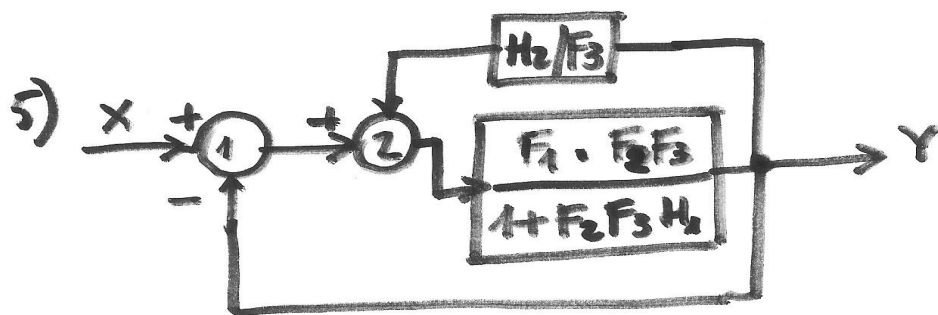
$$\frac{Y}{X} (1 \mp FH) = F;$$



SEMPLIFICAZIONE DI UN DIAGRAMMA A BLOCCHI



5



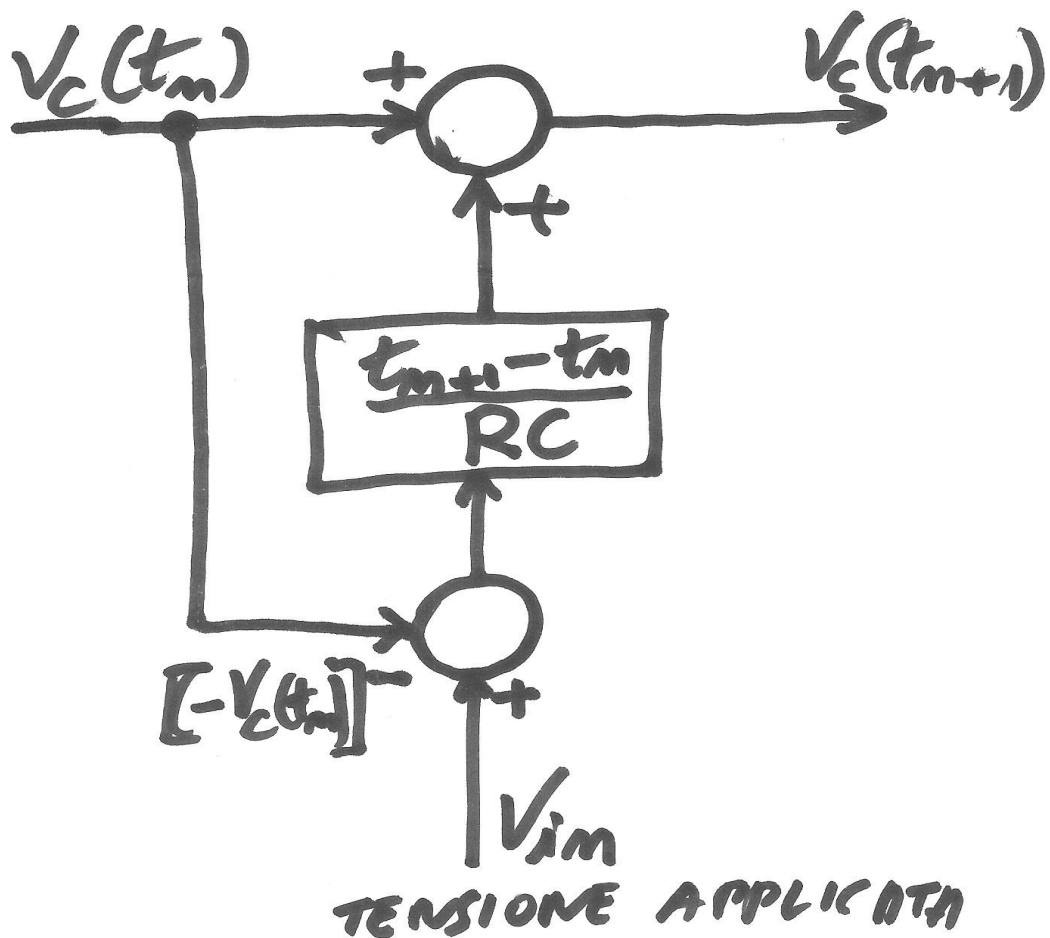
$$F_4 = \frac{Y}{X} = \frac{\left[\frac{\frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_2 F_3 H_1}}{1 + \frac{\frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_2 F_3 H_1} \cdot \frac{H_2}{F_3}}{1 + F_2 F_3 H_1}} \right]}{1 + \left[\frac{\frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_2 F_3 H_1}}{1 + \frac{\frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_2 F_3 H_1} \cdot \frac{H_2}{F_3}}{1 + F_2 F_3 H_1}} \right]}$$

6

MODELLO MATEMATICO DI UN CIRCUITO RC

$$V_c(t_{n+1}) = V_c(t_n) + \frac{[V_{im} - V_c(t_n)](t_{n+1} - t_n)}{RC}$$

MODELLO CON
SCHEMA A BLOCCHI



COMPLEMENTI DI FISICA SUI SISTEMI
UNITÀ TERMICHE TERMICI 1

caloria (piccola caloria)
cal

È la quantità di calore che bisogna fornire ad un grammo d'acqua per aumentare la temperatura da $14,5^{\circ}\text{C}$ a $15,5^{\circ}\text{C}$.

Grande caloria (chilocaloria)

1 Kcal = 1000 cal (1000 piccole calorie)

CAPACITA' TERMICA 2 DI UN CORPO

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (\text{cal/}^\circ\text{C})$$

$$c = \frac{Q}{M} = \frac{1}{M} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}\right)$$

CALORE SPECIFICO = CAPACITA' TERMICA RIFERITA ALL'UNITA' DI MASSA (p)

EQUIVALENTE MECCANICO DEL CALORE

$$\boxed{1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}} \quad J = \frac{L}{\Delta Q} = 4,186 \frac{\text{Joule}}{\text{cal}} \quad \frac{\text{J}}{\text{cal.}}$$

EQUIVALENTE TERMICO DEL LAVORO

$$\frac{1}{J} = \frac{\Delta Q}{L} = \frac{1}{4,186} = 0,238 \frac{\text{cal}}{\text{J}}$$

$$\Delta Q = 0,238 \cdot L = 0,238 \cdot R I^2 \Delta t$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} ; c = \frac{C}{M} \quad \begin{matrix} \text{C: CALORE} \\ \text{SPECIFICO} \\ \text{(capacita' termica/g)} \end{matrix}$$

3

$$\Delta T = T_{\text{fin}} - T_{\text{in}}$$

$$\Delta Q = C \Delta T = mc \Delta T$$

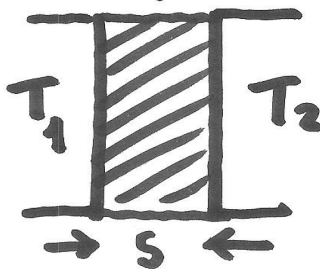
QUANTITÀ DI CALORE NECESSARIA
PER AUMENTARE DI ΔT °C LA
TEMPERATURA DI m GRAMMI
DI UNA SOSTANZA CARATTERIZZATA
DAL CALORE SPECIFICO C ($\text{cal/g}^\circ\text{C}$)

$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta t} ; \Delta Q = P \Delta t$$

POTENZA TERMICA (cal/s)
NECESSARIA PER FORNIRE AD
UN CORPO ΔQ calorie nell'inter-
vallo di tempo Δt (in s.)

* * *

P RESISTENZA TERMICA °C/W



SE $T_1 > T_2$

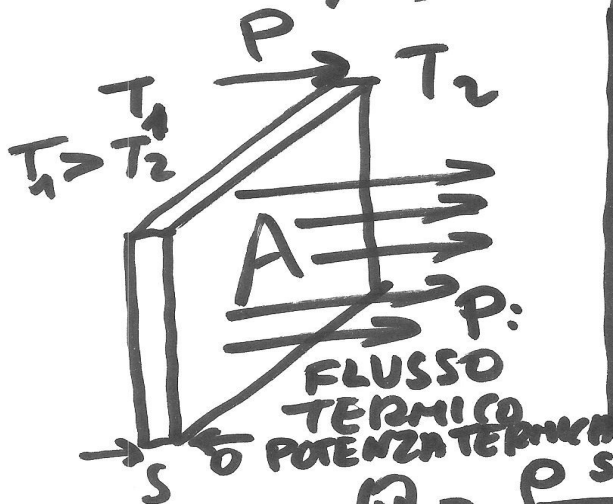
LA POTENZA TERMICA P
CHE FLUISCE ATTRAVERSO

UN CONDUTTORE TERMICO DI $\frac{4}{3}$
 SPESSORE s E AREA A È
 DEFINITA DALLA RELAZIONE
 (ANALOGA ALLA LEGGE DI OHM $V=RI$
 PER I CONDUTTORI ELETTRICI, CON
 $V \rightarrow \Delta T$, $R \rightarrow \Theta$, $I \rightarrow P$

$$T_1 - T_2 = \Delta T = \Theta P$$

$$\Theta = \frac{\Delta T}{P} = \frac{T_1 - T_2}{P \leftarrow \text{IN W}}$$

(IN $^{\circ}\text{C/W}$)



$$\begin{aligned} 1 \frac{\text{cal}}{\text{s}} &= 4,186 \frac{\text{J}}{\text{s}} = \\ &= 4,186 \text{ W}; \\ \text{VICEVERSA, } 1 \text{ W} &= \\ &= \frac{1}{4,186} \text{ cal/s} = \\ &= 0,238 \text{ cal/s} \end{aligned}$$

$$\Theta = \frac{P s}{A}$$

RESISTENZA
TERMICA

ρ È LA
 RESISTENZA
 TERMICA SPECIFICA
 O RESISTIVITÀ TERMICA

$$[\rho] = \left[\frac{^\circ\text{H}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{^\circ\text{C}/\text{W} \cdot \text{m}^2}{\text{m}} \right] = \text{S} \\ = \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{m}}{\text{W}}$$

(ρ È ANALOGA ALLA RESISTIVITÀ ELETTRICA DI UN MATERIALE)

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \left(\text{SI MISURA IN } \frac{\text{W}}{^\circ\text{C} \cdot \text{m}} \right)$$

↑
CONDUCEBILITÀ
TERMICA O
CONDUTTANZA
TERMICA SPECIFICA

(σ È ANALOGA ALLA CONDUCEBILITÀ ELETTRICA DI UN MATERIALE)

$$^\circ\text{H} = \frac{\rho S}{A} = \frac{S}{\sigma A}$$

6

SI DEFINISCE TRASMITTANZA
L' INVERSO $\Sigma = \frac{1}{\textcircled{H}}$ DELLA RESISTENZA
TERMICA ; Σ SI MISURA IN W/OC .

SE SI CONSIDERA LA TRASMITTAN-
ZA $\left(H = \frac{\Sigma}{A} \right)$ PER UNITA' DI
AREA, LA RELAZIONE

$$T_1 - T_2 = \Delta T = \textcircled{H} P \text{ DIVENTA:}$$

$$T_1 - T_2 = \Delta T = \frac{P}{\Sigma} = \frac{P}{AH};$$

$$P = HA(T_1 - T_2) = HA \Delta T$$

$$(H \text{ SI MISURA IN } \frac{W}{m^2 OC})$$

$$\Sigma = \frac{1}{\textcircled{H}} = \frac{A}{Ps} = \frac{AG}{s} \quad \textcircled{H} = \frac{Ps}{A}$$

$$H = \frac{\Sigma}{A} = \frac{G}{s}; \quad H \text{ SI MISURA IN } \frac{W}{m^2 C}$$

PROPAGAZIONE DEL CALORE 7 PER CONVEZIONE

SE UN CORPO AVENTE TEMPERATURA T_1 E' IMMERSO IN UN FLUIDO CHE SI TROVA A TEMPERATURA COSTANTE T_2 , CON $T_2 < T_1$, PER VALORI NON MOLTO GRANDI DELLA DIFFERENZA DI TEMPERATURA $T_1 - T_2$, VALE LA LEGGE DI NEWTON:

$$(\gamma = H) \quad P = \gamma A (T_1 - T_2),$$

DOVE A E' L'AREA DELLA SUPERFICIE DEL CORPO A CONTATTO CON IL FLUIDO E γ E' IL COEFFICIENTE DI CONDUCEBILITA' ESTERNA (O SUPERFICIALE) (TRANSMITTANZA $H = \gamma$) ASSOCIATO AI MOTI CONVETTIVI DEL FLUIDO



VALORI TIPICI DI ϵ E δ DI γ

ϵ : CONDUCEBILITÀ TERMICA

METALLI $\rightarrow 20 \div 400 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

MATTONI, CEMENTO, PIETRA $\rightarrow 0,35 \div 3,5$

ISOLANTI TERMICI $\rightarrow 0,025 \div 0,050 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

γ : COEFFICIENTE DI CONDUCEBILITÀ
ESTERNA (TRASMITTANZA CON-
VETTIVA) ($H = \gamma$)

(ARIA STAGNANTE IN
PROSSIMITÀ DI
SUPERFICI VERTICALI)

ESEMPIO: SE $T_1 = 40^\circ\text{C}$
E $T_2 = 20^\circ\text{C}$

$$\gamma = 2,7 \sqrt{T_1 - T_2}$$

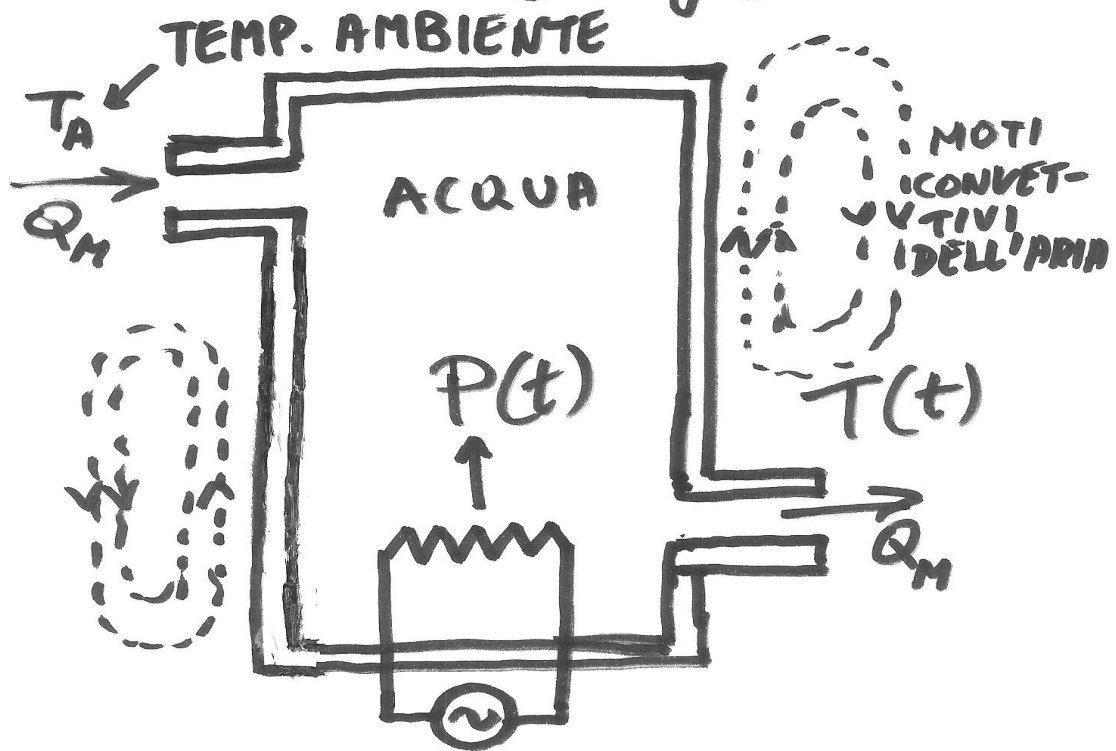
↑ ↑
SOLIDO FLUIDO

$$\gamma = 2,7 \sqrt{40 - 20} = 2,7 \cdot 2,114 = 5,7 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

MODELLO MATEMATICO DI UN SISTEMA TERMICO DEL I ORDINE

9

-SERBATOIO CON PERDITE
TERMICHE PER CONVEZIONE,
IMPIEGATO PER IL RISCALDA-
MENTO DI UN LIQUIDO CON
PORTATA Q_M (in kg/s).



$$P_E(t) = P_C + P_{\text{conv}} + P_A$$

$\uparrow$ POTENZA TERMICA ENTRANTE
 $\uparrow$ POTENZA TERMICA IMMACAZZINATA DALLA CAPACITA' TERMICA DEL SISTEMA
 $\left[\begin{array}{l} \text{POTENZA TERMICA CEDUTA ALL'ARIA PER CONVEZIONE} \\ \text{POTENZA TERMICA CEDUTA ALL'ACQUA} \end{array} \right.$

$$C = \frac{\Delta Q_C}{\Delta T}$$

$$P_C = \frac{\Delta Q_C}{\Delta t} = C \frac{\Delta T(t)}{\Delta t}$$

$$P_{\text{conv}} = H A [T(t) - T_A]$$

A : AREA DELLA SUPERFICIE DEL SERBATOIO

$$P_A = \frac{\Delta Q_A}{\Delta t} = \frac{\Delta M_A \cdot c_a}{\Delta t} [T(t) - T_A] =$$

$$= Q_{M_A} c_a [T(t) - T_A]$$

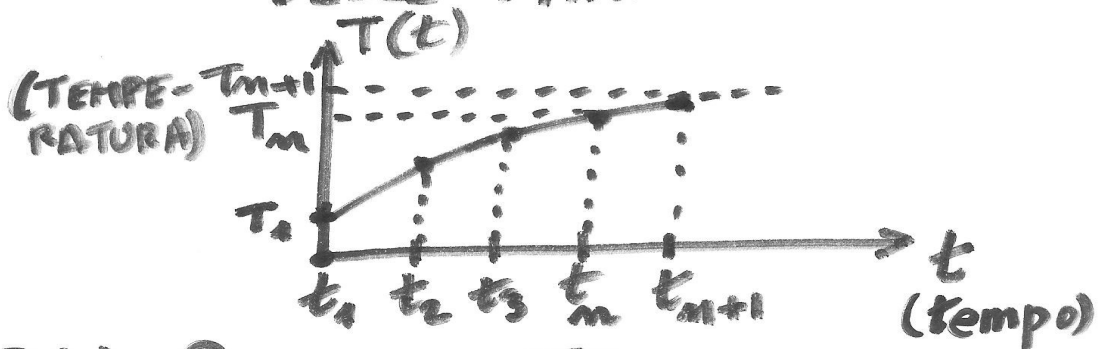
c_a : CALORE SPECIFICO DELL'ACQUA

$$P(t) = \frac{C \Delta T(t)}{\Delta t} + HA[T(t) - T_n] + Q_m c_a [T(t) - T_A];$$

$$\Delta T = T_{m+1} - T_m \quad \text{VARIAZIONE DI TEMP.}$$

$$\Delta t = t_{m+1} - t_m \quad \text{INTERVALLO DI TEMPO ELEMENTARE}$$

DISCRETIZZAZIONE DELLE VARIABILI



$$P(t) = P_E = \text{COSTANTE}$$

$$P_E = \frac{C(T_{m+1} - T_m)}{\Delta t} + (HA + Q_m c_a)(T_m - T_n)$$

$$P_E \Delta t = C T_{m+1} - C T_m + (HA + Q_m c_a)(T_m - T_n) \Delta t$$

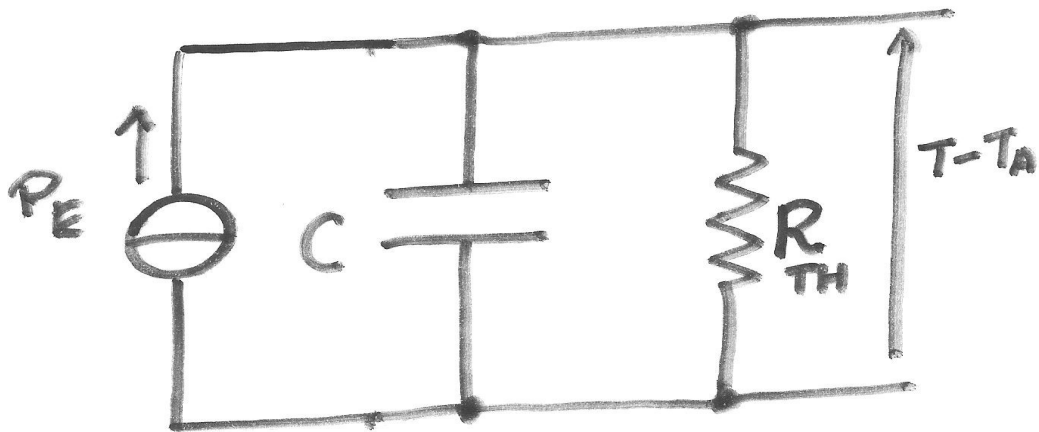
$$T_{m+1} = \frac{P_E \Delta t}{C} + T_m - \frac{(HA + Q_m c_a)(T_m - T_n) \Delta t}{C}$$

$$T_{n+1} = T_n + \frac{[P_E - (HA + Q_n C_a)(T_n - T_a)] \Delta t}{C}$$

COSTANTE DI TEMPO :

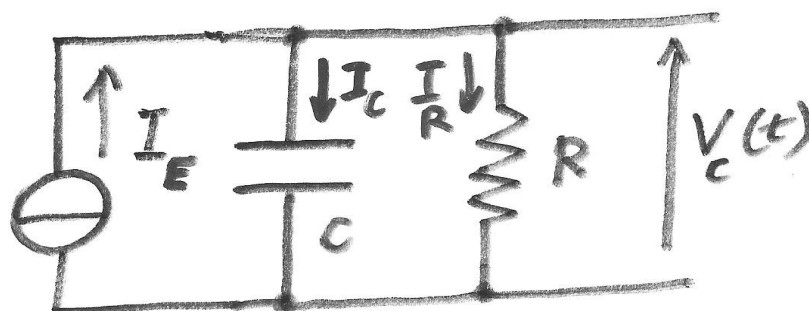
$$\tau = \frac{C}{HA + Q_n C_a}$$

CIRCUITO TERMICO



$$R_{TH} = \frac{1}{HA + Q_n C_a}$$

CIRCUITO RC
EQUIVALENTE
AL CIRCUITO TERMICO



$$I_E = I_C + I_R$$

1^a LEGGE DI KIRCHHOFF

$$I_C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C \frac{\Delta V_C}{\Delta t}; \quad I_R = \frac{V_C}{R}$$

$$I_E = \frac{C[V_C(t_{m+1}) - V_C(t_m)]}{\Delta t} + \frac{V_C(t_m)}{R}$$

$$I_E \Delta t \cdot R = RC V_C(t_{m+1}) - RC V_C(t_m) + V_C(t_m) \Delta t$$

$$V_C(t_{m+1}) = V_C(t_m) + \frac{[I_E R - V_C(t_m)] \Delta t}{RC}$$